

ЯРОСЛАВСКИЙ ФИЛИАЛ ФЕДЕРАЛЬНОГО
ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ НАУКИ
ФИЗИКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

КРЕМНИЕВЫЕ НАНОСТРУКТУРЫ

ФИЗИКА
ТЕХНОЛОГИЯ
МОДЕЛИРОВАНИЕ

Монография

Под общей редакцией В.И. Рудакова

Ярославль
«Индиго», 2014

УДК 621.382

ББК 38.852

К 79

Авторы: А.С. Рудый, А.Н. Куликов, А.В. Метлицкая, А.В. Проказников, Н.А. Аржанова, О.С. Трушин, Н.И. Барабанова, В.И. Рудаков, В.В. Овчаров, А.Л. Куреня, В.П. Пригара, Е.С. Горлачев, С.П. Зимин, В.Ф. Бочкарев, А.Е. Бердников, А.А. Попов, В.Д. Черномордик, А.А. Мироненко, В.Н. Гусев, Е.А. Богоявленская, Ю.И. Денисенко, И.И. Амиров, И.В. Уваров, В.В. Наумов, В.М. Мордвинцев, С.Е. Кудрявцев, В.Л. Левин.

Рецензент:

доктор физико-математических наук, профессор *Н.И. Боргардт*
Национальный исследовательский университет «МИЭТ»

К 79

Кремниевые наноструктуры. Физика. Технология. Моделирование:
монография / Под общ. ред. В.И. Рудакова. – Ярославль: Изд-во «Индиго»,
2014. – 560 с.

ISBN 978-5-91722-225-7

В коллективной монографии рассмотрены физические явления, лежащие в основе технологических процессов изготовления кремниевых наноструктур. Представлены и обобщены данные об особенностях формирования наноструктур на основе кремния. Рассмотрены традиционные и новые подходы к проблеме моделирования технологических процессов.

Для научных работников, занимающихся физикой полупроводников, и специалистов в области полупроводниковой технологии, а также для всех, кто интересуется кремниевыми наноструктурами.

УДК 621.382

ISBN 978-5-91722-225-7

© Издательство «Индиго», 2014

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	7
-------------------	---

ГЛАВА 1.

САМООРГАНИЗАЦИЯ НАНОСТРУКТУР В РАМКАХ ПРОСТРАНСТВЕННО-НЕЛОКАЛЬНОЙ МОДЕЛИ ЭРОЗИИ ПОВЕРХНОСТИ КРЕМНИЯ ИОННОЙ БОМБАРДИРОВКОЙ

(А.С. Рудый, А.Н. Куликов, А.В. Метлицкая)

§ 1. Введение	8
§ 2. Математические модели эрозии	14
§ 3. Пространственно-нелокальная модель эрозии	28
§ 4. Состояние равновесия нелокальной нелинейной модели	38
§ 5. Волновые решения нелокального уравнения эрозии	46
§ 6. Заключение	52
Литература.....	53

ГЛАВА 2.

ПРОЦЕССЫ САМООРГАНИЗАЦИИ ПРИ ЭЛЕКТРОЛИТИЧЕСКОМ ФОРМИРОВАНИИ НАНОСТРУКТУР В КРЕМНИИ

(А.В. Проказников, Н.А. Аржанова)

§ 1. Введение	56
§ 2. Экспериментальные данные по колебательным процессам в явлениях на поверхности и свойства приграничного слоя.....	60
§ 3. Распределение потенциала и система уравнений для динамических переменных.....	66
§ 4. Постановка проблемы и обоснование алгоритма компьютерного моделирования формирования пористого пространства.....	76
§ 5. Масштабная инвариантность задачи	80
§ 6. Исследование закономерностей решения	84
§ 7. Результаты компьютерного моделирования	85
§ 8. Обсуждение	92
§ 9. Заключение	99
Литература.....	100

ГЛАВА 3.
МИКРОМАГНИТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ПЛЕНОЧНЫХ НАНОСТРУКТУР

(О.С. Трушин, Н.И. Барабанова)

§ 1. Введение	106
§ 2. Микромагнитная модель	107
§ 3. Комплекс микромагнитного моделирования MICROMAG	110
§ 4. Однослойные магнитные наноструктуры	116
§ 5. Многослойные магнитные наноструктуры	132
§ 6. Заключение	141
Литература.....	142

ГЛАВА 4.
НЕЛИНЕЙНЫЕ ТЕМПЕРАТУРНЫЕ И ОПТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ
В КРЕМНИЕВОЙ ПЛАСТИНЕ ПРИ ЛАМПОВОМ НАГРЕВЕ

(В.И. Рудаков, В.В. Овчаров, А.Л. Куреня, В.П. Пригара)

§ 1. Введение	145
§ 2. Методика исследования нелинейных эффектов в кремниевой пластине при лучистом нагреве	147
§ 3. Температурная и оптическая бистабильность в кремниевой пластине	163
§ 4. Температурные автоколебания в кремниевой пластине	184
§ 5. Заключение	196
Литература.....	198

ГЛАВА 5.
ФОРМИРОВАНИЕ НАНОСТРУКТУРИРОВАННЫХ
ХАЛЬКОГЕНИДОВ СВИНЦА НА КРЕМНИЕВЫХ ПОДЛОЖКАХ

(Е.С. Горлачев, С.П. Зимин)

§ 1. Введение	202
§ 2. Формирование наноструктурированных пористых слоев халькогенидов свинца	205
§ 3. Формирование наноструктурированных халькогенидов свинца методами плазменной обработки	217
§ 4. Формирование массивов нанонитей халькогенидов свинца под маской травления методом плазменной обработки.....	238
§ 5. Заключение	246
Литература.....	246

ГЛАВА 6.
ИОННО-СТИМУЛИРОВАННАЯ ТЕХНОЛОГИЯ
ПОЛУЧЕНИЯ ТОНКИХ ПЛЕНОК

(В.Ф. Бочкарев)

§ 1. Введение	255
§ 2. Методы роста пленок	258
§ 3. Получение диэлектрических пленок	267
§ 4. Рост пленок никеля	292
§ 5. Получение пленок ниобия	305
§ 6. Заключение	316
Литература.....	317

ГЛАВА 7.
ПЛАЗМОХИМИЧЕСКОЕ ОСАЖДЕНИЕ
НАНОСТРУКТУРИРОВАННЫХ МАТЕРИАЛОВ
В НИЗКОЧАСТОТНОМ РАЗРЯДЕ

(А.Е. Бердников, А.А. Попов, В.Д. Черномордик, А.А. Мироненко, В.Н. Гусев)

§ 1. Введение	323
§ 2. Установка плазмохимического осаждения	324
§ 3. Физика низкочастотного разряда	329
§ 4. Технологические особенности получения материалов.....	337
§ 5. Термическая стабильность и метастабильные процессы в пленках аморфного кремния, полученного методом НЧ-СПГФО	353
§ 6. Текстура поверхности аморфного кремния	358
§ 7. Фотолюминесценция нитрида кремния.....	364
§ 8. Эффект переключения проводимости	372
§ 9. Заключение	379
Литература.....	380

ГЛАВА 8.
ФОРМИРОВАНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ КНИ
МДП-НАНОТРАНЗИСТОРА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ
БЫСТРОЙ ТЕРМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ

(В.И. Рудаков, Е.А. Богоявленская, Ю.И. Денисенко, В.В. Овчаров)

§ 1. Введение	386
§ 2. Получение и свойства затворных структур типа W/HfO ₂ /Si для МДП-нанотранзистора	388
§ 3. Формирование сверхмелких <i>p-n</i> -переходов в КНИ-структурах.....	403

§ 4. Получение ультратонких слоев силицида кобальта в структурах типа Ti/Co/Ti-, TiN/Ti/Co- и TiN/Co/Si (100)	416
§ 5. Заключение	428
Литература.....	429

ГЛАВА 9.

ИЗГОТОВЛЕНИЕ И РЕЗОНАНСНЫЕ СВОЙСТВА

МЕТАЛЛИЧЕСКИХ НАНОКАНТИЛЕВЕРОВ

(И.И. Амиров, И.В. Уваров, В.В. Наумов)

§ 1. Введение	434
§ 2. Изготовление кантилеверов и методы экспериментальных исследований	436
§ 3. Особенности изготовления и конструкции кантилеверов. Морфология поверхности.....	446
§ 4. Математическая модель кантилевера	460
§ 5. Результаты измерений резонансных характеристик кантилеверов и их анализ	474
§ 6. Заключение	488
Литература.....	489

ГЛАВА 10.

ПАМЯТЬ НА ОСНОВЕ ЯВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОФОРМОВКИ

(В.М. Мордвинцев, С.Е. Кудрявцев, В.Л. Левин)

§ 1. Введение	493
§ 2. Физические основы явления электроформовки	494
§ 3. Развитие конструкции ячейки и матрицы памяти на основе открытых «сэндвич»-структур и технологии их изготовления.....	516
§ 4. Особенности процесса электроформовки и основные свойства ячеек памяти на самоформирующихся проводящих наноструктурах	530
§ 5. Заключение	556
Литература.....	557

ПРЕДИСЛОВИЕ

Появление этой монографии связано с определенным этапом развития научного коллектива Ярославского Филиала Физико-технологического института Российской академии наук (ЯФ ФТИАН РАН). За тридцатилетний период деятельности с момента создания институт неоднократно подвергался реорганизациям и имел разные названия: Институт микроэлектроники АН СССР, Институт микроэлектроники РАН, Институт микроэлектроники и информатики РАН. С самого начала внимание научных сотрудников института было сосредоточено главным образом на исследованиях в области кремниевых технологий, поскольку кремний был и остается основным материалом микроэлектроники, на базе которого создаются различные полупроводниковые приборы и устройства. Открытие новых физических явлений в мире наномасштабов потребовало проведения более детальных теоретических и экспериментальных исследований. Произошел переход от микро- к наноструктурам. Научная деятельность института также внесла существенный вклад в становление кремниевой нанотехнологии.

Конечно, рамки одной монографии тесны для охвата всех проблем в физике кремниевых наноструктур и даже подведения итогов научной деятельности института. Однако представленные в книге материалы дают возможность оценить многогранность и плодотворность исследований сотрудников ЯФ ФТИАН РАН. Монография посвящена особенностям формирования как самих кремниевых наноструктур, так и элементов наноприборов, которые могут быть использованы для совершенствования известных и создания новых полупроводниковых устройств. Большое внимание уделяется исследованию физических явлений, лежащих в основе технологических процессов, для глубокого понимания которых широко используется моделирование. В книгу вошли уже опубликованные в научных изданиях результаты исследований и совершенно новые данные. Надеемся, что монография будет интересна и тем, кто много лет посвятил служению науке в области полупроводниковой электроники, и тем, кто делает первые шаги в физике, технологии и моделировании кремниевых наноструктур.

Авторы благодарны Богдавленной Е.А. за большую работу, проведенную при подготовке рукописи к печати.

В.И. Рудаков

Глава 1

САМООРГАНИЗАЦИЯ НАНОСТРУКТУР В РАМКАХ ПРОСТРАНСТВЕННО-НЕЛОКАЛЬНОЙ МОДЕЛИ ЭРОЗИИ ПОВЕРХНОСТИ КРЕМНИЯ ИОННОЙ БОМБАРДИРОВКОЙ

А.С. Рудый, А.Н. Куликов, А.В. Метлицкая*

§ 1. ВВЕДЕНИЕ

Одна из проблем, стоящих на пути развития нанoeлектроники, заключается в том, что разрешение, необходимое для создания на поверхности кремния рисунка нанометрового масштаба, ограничено причинами фундаментального физического характера. Увеличение разрешения при помощи иммерсионной фотолитографии, электронной или ионной безмасочной литографии ведет либо к удорожанию литографического оборудования, либо к снижению его производительности.

Начиная с 2000 года, промышленная микроэлектроника преодолела рубеж проектных норм 100 нм и, таким образом, трансформировалась в нанoeлектронику. В настоящее время ведущие мировые производители (Intel, USA) достигли пространственного разрешения в критических элементах (затворных структурах интегральных транзисторов) 32 нм, а на очереди – заданная ITRS [1] проектная норма 22 нм. До настоящего времени массовое производство ультрабольших ИС с суб-100 нм топологическими нормами обеспечивала коротковолновая UV-литография (UV – ultraviolet) с длиной волны 193 нм, причем, для достижения разрешения в 45 нм и менее, необходимо существенное усложнение литографического процесса применением фазовых корректирующих шаблонов, иммерсионного режима экспонирования, двойного паттернирования и т.п. [2]. Современное промышленное литографическое оборудование является самой дорогостоящей частью комплекса технологического оборудования для производства УБИС. Следует заметить, что новое промышленное литографическое оборудование, обеспечивающее минимальные (на текущий момент времени) топологические размеры, в РФ не поставляется. На настоящий момент для импорта доступны

* Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова, г. Ярославль

модели отстающие (по разрешению) на $3 \div 4$ ступени от современного уровня, т.е. предназначенные для производства по 90-нм нормам.

Масштабирование интегральных приборов в область менее 32 нм показало, что существующие оптические нанолитографы неспособны справиться с этой задачей без уменьшения длины волны в область EUV (extreme ultraviolet) до значений 13,5 нм. Физические проблемы, встретившиеся при разработке и создании такого оборудования, затрагивают все аспекты создания литографической машины: от разработки мощных надежных источников излучения, оптической системы нанолитографа и до необходимости создания новых шаблонов и резистов.

Эти проблемы привели к тому, что EUV-литограф первоначально был изготовлен только в виде двух опытных машин фирмы ASML Inc. (Голландия) EUV Alpha Demo Tool [3], которые были установлены в исследовательских центрах CNSE (Albany, USA) и IMEC (Leuven, Belgium), и которые постоянно совершенствовались и дорабатывались. Помимо двух, упомянутых прототипов машин, ASML Inc. поступили заказы на шесть систем NXE: 3100, из которых все шесть были отгружены. По состоянию на первый квартал 2013 года, на системах NXE: 3100 было проэкспонировано более 30000 пластин на предприятиях заказчиков. В 2013 году ASML Inc. получила уже 11 заказов на следующую модель NXE: 3300B. Промышленное внедрение EUV-литографии ожидается не ранее 2015 года.

Рассматривая альтернативные варианты технологий формирования суб-100 нм структур, в первую очередь следует обратить внимание на возможности электронно-лучевой (ЭЛ) литографии, являющейся в настоящее время развитой технологией [4] использующейся в производстве шаблонов для оптической литографии, а также в альтернативной технологии нанопечатной литографии (нанопечатная литография) [5]. Физические принципы электронно-лучевой литографии заключаются в модификации электронно-чувствительного резиста сфокусированным электронным пучком и последующем химическом проявлении (удалении) экспонированного участка резиста.

В последнее время исследования в области ЭЛ-литографии ускорились, в том числе и в связи с относительно медленным решением проблем в EUV-литографии. В лабораторных условиях при формировании отдельных нанобъектов было достигнуто разрешение электронно-литографических методов вплоть до 5 нм [6]. Одновременно были продемонстрированы потенциальные возможности молекулярной наноэлектроники [7] и одноэлектроники [8].

Параллельно с упомянутыми выше работами велись исследования по расширению возможностей ЭЛ-литографии для использования, если не в массовом, то в мелкосерийном производстве изделий наноэлектроники. Успехи здесь были достигнуты рядом компаний-разработчиков, предложивших и создавших метод многолучевой ЭЛ-литографии [9, 10], что на порядок и более повысило производительность таких машин, по сравнению с литографами с единственным пучком.

Однако нельзя считать проблемы ЭЛ-литографии для формирования суб-100 нм элементов всецело решенными. В данной области, как и в оптической литографии, действует ряд факторов, ограничивающих разрешение этой технологии. В частности, это известный эффект близости, связанный с рассеянием

и переотражением электронов пучка, экспонирующего резист. Другим фактором, ограничивающим применение ЭЛ-литографии для формирования наноструктур методом прямого экспонирования резиста, является низкая устойчивость электронно-чувствительных резистов к химически активной плазме, применяемой для переноса рисунка маски в функциональный нижележащий слой. Это часто приводит к необходимости использования в электронной литографии двух- и трехслойных масок [11], значительно усложняющих и удлиняющих литографический процесс.

Еще одним недостатком ЭЛ-литографии является низкая производительность, и, как следствие, низкая эффективность методов ЭЛ-литографии для крупносерийного промышленного производства. Таким образом, разработка альтернативной существующим литографическим процессам технологии формирования на поверхности полупроводника рисунка нанометрового масштаба является актуальной задачей.

Альтернативой UV- и EUV-литографии может служить технология самоорганизации наноструктур [12, 13], позволяющая формировать упорядоченные и хаотические наноструктуры непосредственно на поверхности кремниевой пластины, либо создавать наномаски для последующего легирования, как, например, в работе [12]. Данная технология является безмасочной и безрезистной разновидностью литографии. В ее основе лежит явление самоорганизации наноструктур при распылении поверхности ионной бомбардировкой, в частности волнообразного нанорельефа (ВНР).

В отличие от ЭЛ-литографии эта технология позволяет формировать массивы наноструктур (например, тренчей или нанопроволок) одновременно на всей поверхности кремниевой пластины. Применение технологии самоорганизации наноструктур в сочетании с ЭЛ-литографией может привести к повышению производительности литографического процесса и не потребует использования дорогостоящего литографического оборудования высокого разрешения. Исходя из сказанного, можно сделать вывод о перспективности разработки технологии формирования нанорельефа на поверхности твердых тел методом самоорганизации наноструктур при распылении поверхности.

В настоящее время процесс самоорганизации наноструктур при эрозии поверхности полупроводников ионной бомбардировкой недостаточно изучен. Практическим применением явления самоорганизации наноструктур занимается сравнительно узкий круг исследователей, из которых практических значимых результатов добилась группа В.К. Смирнова [12]. Ею разработаны экспериментальные основы технологии формирования наноструктур, получившей название пучковых технологий.

Экспериментальные исследования в области пучковых технологий базируются на ряде моделей эрозии поверхности, из которых общепринятой считается модель Бредли-Харпера [14]. Эта модель имеет ряд недостатков, как с точки зрения корректности описания процесса распыления, так и с точки зрения математической постановки задач. Основным недостатком модели Бредли-Харпера является ее пространственная локальность, тогда как реальный процесс распыления нелокален при малых латеральных масштабах рельефа. Поэтому

построение математической модели процесса эрозии поверхности, учитывающей пространственную нелокальность распыления, является необходимым этапом разработки теоретических основ пучковых технологий.

Природа волнообразного рельефа, вызывала и продолжает вызывать множество споров. Волнообразный нанорельеф (ВНР) формируется на поверхности проводников, полупроводников и диэлектриков при облучении ионами как инертных, так и химически активных газов. Наиболее подробно изучен процесс зарождения и развития ВНР на поверхности кремния [15, 16]. Установлено, что ВНР формируется в определенном диапазоне углов падения ионов, ширина которого определяется энергией и типом первичного пучка. Эти же параметры определяют длину волны рельефа и глубину, на которой происходит его зарождение. Следует отметить, что значения этих величин различны для каждого набора экспериментальных условий (тип первичных ионов, их энергия и угол падения). Экспериментально показано, что глубина раstra, при которой образуется наннорельеф (или доза облучения) является наименьшей при использовании ионов азота. Она на порядок меньше, чем при облучении Si ионами O_2^+ , и на два порядка меньше, чем при использовании ионов Ar^+ [13].

Большинство исследователей считает, что образование ВНР обусловлено исключительно явлениями эрозионного характера, однако накопленные к настоящему времени экспериментальные факты свидетельствуют о том, что процесс формирования волнообразного рельефа вероятнее всего является двухстадийным, и состоит из стадии образования зародышевого рельефа и последующего развития поверхностной топографии при ионном распылении поверхности. Механизм образования зародышевого рельефа, по-видимому, связан с формированием модифицированного (аморфного) слоя и развитием в нем «гидродинамической» неустойчивости. На это указывает тот факт, что формирование рельефа начинается только при определенной дозе первичных ионов (степени аморфизации модифицированного слоя), а длина волны формирующегося рельефа зависит от толщины модифицированного слоя.

На качественном уровне модифицированный слой можно рассматривать как замороженную жидкость, которая течет только в области линейных каскадов [18] под действием объемной силы, создаваемой, как и сами каскады, первичными ионами, падающими под некоторым углом к поверхности. Однако гидродинамической модели модифицированного слоя на данный момент не существует.

Вторая стадия развития ВНР описывается с использованием двух подходов: стохастического и детерминистического. В первом подходе учитывается случайный характер падения ионов посредством включения флуктуаций в среднюю плотность потока ионов. В рамках стохастического подхода распыленный атом может покинуть поверхность в точке, находящейся достаточно далеко от места падения иона. Это приводит к тому, что, если размеры элемента рельефа сравнимы с размерами линейного каскада, то коэффициент распыления будет зависеть не только от угла падения, но и от координат точек поверхности.

Детерминистические модели представляют собой редуцированный вариант стохастических уравнений, в которых отброшен стохастизатор. Наиболее известной из них является модель Бредли-Харпера, в рамках которой образование ВНР

объясняется опережающим ростом одной из гармоник, на которые может быть разложена исходная неоднородность на некоторой гладкой поверхности [14]. Как уже отмечалось, модель Бредли-Харпера является локальной, т.е. координаты точек падения первичного иона и выхода вторичного иона в ней совпадают.

Пространственная нелокальность, как характерная особенность процесса распыления, впервые была теоретически обоснована Петером Зигмундом в работе [17]. Под нелокальностью в данном случае понимается пространственная удаленность точки выхода вторичного иона b от точки внедрения первичного иона i . На рис. 1.1 видно, что выход вторичного иона наиболее вероятен в точке b , так как она лежит на самой близкой к центру c изоэнергетической поверхности (эллипсоиде вращения), на которой энерговыделение больше, чем на внешних эллипсоидах, которым принадлежат соседние с b точки распыляемой поверхности. Параметр нелокальности (отрезок ib) зависит от угла бомбардировки, что в свою очередь определяет угловую зависимость коэффициента распыления.

Впоследствии Марк Бредли и Джеймс Харпер, развивая подход П. Зигмунда, показали, что на коэффициент распыления влияет не только угол бомбардировки, но и радиус кривизны поверхности [14]. Ими рассматривался случай, когда средняя длина пробега первичного иона a (глубина центра энерговыделения при нормальной бомбардировке) была много меньше радиуса кривизны $a \ll R$. В работе [14] было получено уравнение эрозии поверхности ионной бомбардировкой, учитывающее радиус кривизны поверхности.

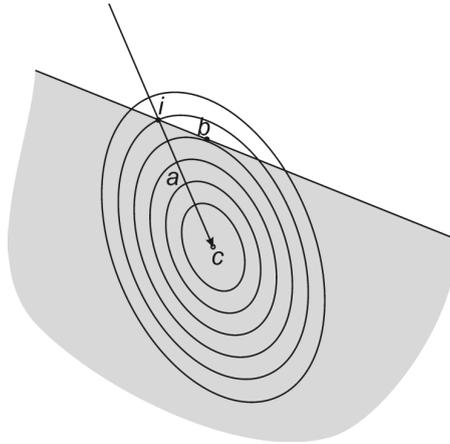


Рисунок 1.1. Поверхности, на которых средняя величина плотности энергии, выделенной в точке c , постоянна. i и b – точки внедрения первичного иона и выхода вторичного иона, соответственно. Стрелкой показана усредненная траектория первичного иона

Уравнение Бредли и Харпера предназначалось в первую очередь для объяснения развития ВНР, который согласно существовавшей на тот момент модели эрозии (1.1)

$$\frac{\partial \bar{z}}{\partial t} = -\frac{J \cos(\Theta_0 - \Theta)}{\rho \cos \bar{\Theta}} Y(\Theta_0 - \Theta) \quad (1.1)$$

вообще не должен был развиваться. В работе [14] рассматривалась трехмерная модель эрозии, которая позволяла объяснить образование, как перпендикулярных направлению бомбардировки, так и параллельных ему волн, наблюдаемых при угле бомбардировки $\Theta_0 \geq 70^\circ$. Поскольку практически важным является процесс образования ВНР при $\Theta_0 \in [40^\circ, 65^\circ]$, достаточно исследовать двумерный случай, в котором уравнение Бредли и Харпера имеет вид

$$\frac{\partial z}{\partial t} = -v_0(\Theta_0) + v'_0(\Theta_0) \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{Ja}{\rho} Y(\Theta_0) \Gamma(\Theta_0) \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}. \quad (1.2)$$

Это уравнение интересно тем, что параметр $\Gamma(\Theta_0)$ – величина отрицательная [14]. Для параболических уравнений с отрицательным коэффициентом диффузии (коэффициентом при производной второго порядка) существует так называемый пример Жака Адамара, показывающий, что в этом случае нет непрерывной зависимости решения от начальных условий, т.е. не выполняется один из трех критериев корректности. Таким образом, задача Коши для уравнения (1.2) относится к числу некорректно поставленных задач. Для исправления ситуации в уравнение (1.2) в работе [14] вводится производная четвертого порядка с отрицательным коэффициентом, учитывающая поверхностную диффузию атомов мишени.

Учет влияния кривизны поверхности позволил найти качественное объяснение развития волнообразного рельефа. Так, в работе [14] было показано, что уравнению (1.2) удовлетворяют экспоненциально растущие волнообразные возмущения вида $z(x, t) = A_0 \exp(st) \exp[i(\omega t - kx)]$ и была оценена длина волны с максимальным инкрементом s . Заметим, что решения уравнения (1.2) сходятся только благодаря учету производной четвертого порядка, которая согласно Дж. Картеру [20] дает крайне незначительный вклад в скорость изменения рельефа поверхности, но зато формально задача Коши становится корректной.

Поскольку процесс распыления, как следует из рис. 1.1, и приведенных выше рассуждений, является нелокальным, для адекватного описания эрозии нанорельефа необходимо учитывать нелокальность процесса распыления. Нелокальное уравнение эрозии было предложено в работах [19, 21]. В работе [19] было показано существование решений в виде бегущих волн и определена область существования ВНР.

Краевая задача в работе [19] не исследовалась, т.к. гиперболическое уравнение не имеет устойчивых состояний равновесия. В работе [21] в уравнение эрозии была введена вторая производная с малым параметром, причем это было сделано формально для регуляризации уравнения. Хотя, если следовать изложенному в [19] алгоритму вывода уравнения эрозии, в нем могут появиться производные более высокого порядка, учитывающие влияние геометрических

особенностей на скорость распыления поверхности. Это позволит получить сходящиеся решения, но интерпретация динамики процесса распыления при этом будет совершенно иной.

Это связано с тем, что существует другой, более мощный механизм сглаживания поверхности и регуляризации уравнения эрозии. Однако соответствующие члены уравнения не могут быть выведены в рамках геометрического подхода, т.к. имеют иную физическую природу. Речь идет о силах поверхностного натяжения в области линейных каскадов, которые стремятся выровнять свободную поверхность. Формально влияние этого механизма может быть учтено введением в уравнение второй производной с малым параметром $\varepsilon z''(\xi)$, где параметр ε имеет смысл коэффициента диффузии.

В процессе распыления происходит аморфизация и изменение фазового состава поверхностного слоя, что в свою очередь приводит к изменению параметра ε . Таким образом, с одной стороны ε является управляющим параметром, а с другой стороны, он не может быть оценен теоретически в рамках теории П. Зигмунда и определен экспериментально. Единственным способом оценки коэффициента диффузии является расчет его критических значений, соответствующих тем или иным диссипативным структурам.

§ 2. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЭРОЗИИ

Данный параграф основан на обзоре Дж. Картера [20] – ведущего эксперта в области распыления поверхности ионной бомбардировкой. Обзор Дж. Картера содержит исчерпывающий перечень работ, внесших вклад в развитие теории эрозии поверхности ионной бомбардировкой и самоорганизации диссипативных структур. В нем в хронологическом порядке представлена история зарождения и развития моделей эрозии поверхности, подвергнутой ионной бомбардировке, изложены общепризнанные на настоящий момент подходы к ее математическому описанию. Однако параграф не является простым переводом обзора Дж. Картера, т.к. изменена структура изложения материала и добавлены авторские комментарии, указывающие на некоторые недочеты существующих моделей эрозии поверхности ионной бомбардировкой. Кроме того, исправлены очевидные ошибки в уравнениях, приведенных в обзоре Дж. Картера.

А. Развитие теории распыления поверхности ионной бомбардировкой

Первое зарегистрированное наблюдение процесса распыления относится к 1852 году и принадлежит В. Грове [22], который обратил внимание на распад катодов в трубках тлеющего разряда. Вскоре было установлено, что этот процесс вызван ударами высокоэнергетических ионов о катод, выбивающих атомы поверхности. Но многие из ранних исследований давали ненадежные

и невозпроизводимые результаты, пока не стало понятно (Пеннинг и Моубис 1940), что давление в этих устройствах было слишком большое, а длина свободного пробега выброшенных атомов была настолько маленькая, что многие из распыленных атомов возвращались на поверхность. В течение 150 лет с момента первого наблюдения проводились многочисленные, более тщательно разработанные экспериментальные исследования параметров процесса распыления, включая измерения коэффициента распыления (количество выбитых атомов, кластеров атомов или молекул, приходящихся на один падающий ион), а также измерения распределения энергии, направления эмиссии и заряда возбужденных состояний вторичных ионов и их зависимости от параметров первичных ионов и мишени в широком диапазоне значений. В число этих переменных входит масса первичных ионов, их тип, энергия, азимутальные и полярные углы относительно поверхностной нормали и заданного кристаллографического направления поверхности, плотности потока ионов и массы подложки, ее типа, кристаллографической ориентации и температуры.

В результате этих исследований появилось более ясное понимание физических процессов, ответственных за распыление. Существует огромное количество обзоров по данной теме, часть которых будет рассмотрена ниже (Картер и Коллигон 1968, Бериш 1981, Залм 1989). Поскольку процесс распыления ведет к эрозии подложки, появляется возможность модификации морфологии поверхности, что и составляет предмет данного обзора. Чтобы лучше оценить, как происходит развитие морфологии поверхности, как оно может быть предсказано, проконтролировано и как, в конечном счете, поверхность может быть приведена к требуемому виду, полезно проанализировать некоторые из наиболее значимых особенностей процесса распыления и модели, предложенные для объяснения этих особенностей. Они будут представлены в следующем разделе и сопровождаются оценкой локальной скорости эрозии; здесь предполагается, что коэффициент распыления зависит только от локального угла бомбардировки поверхности ионным пучком. Это предположение, допускающее развитие поверхности (как в пространстве, так и во времени), позволяет рассматривать ее как перемещающийся волновой фронт, вследствие чего можно применять некоторые оптические методы. В частности, для предсказания развития поверхности может использоваться метод характеристик или восстановление волнового фронта методом элементарной волны Гюйгенса. Оба способа достаточно хорошо изучены, и выбор наиболее подходящего метода будет проиллюстрирован применительно к конкретной системе [20].

Существует множество теорий и моделей, объясняющих основные особенности процесса распыления, но в настоящее время наиболее широко распространены теории, разработанные Томпсоном (1959) и Зигмундом (1969), идея которых заключается в описании радиационного разрушения в объеме материала. Если энергии сталкивающегося с поверхностью иона достаточно для преодоления отталкивающего потенциального барьера, создаваемого поверхностными атомами, то он проникнет в твердое тело, будучи отклоненным своим первым столкновением с поверхностным атомом. Он будет продолжать двигаться в твердом теле, теряя энергию в последующих столкновениях и отклонениях, до тех пор, пока

не придет, в конечном счете, в состояние покоя, когда его кинетическая энергия слишком мала, чтобы преодолеть внутренние потенциальные барьеры. Энергия, переданная атомам твердого тела в процессе торможения, может быть достаточно велика, чтобы выбить их из положения равновесия. При каждом столкновении могут быть образованы вакансии и атом отдачи. Если атомы отдачи обладают достаточным запасом энергии, то они вызовут дальнейшие смещения атомов, называемое столкновительным каскадом. При этом будет возрастать количество атомов отдачи, а их энергия будет постепенно убывать. В конечном счете, энергия атомов отдачи сама собой рассеивается в процессах столкновения. Эта самая быстрая или столкновительная фаза занимает порядка 10^{-15} . Объем, занятый этими баллистическими процессами, зависит от энергии ионов и их массы, а также массы атомов мишени, и может быть рассчитан как пространственное распределение энергии, переданной атомам мишени (Уинтербон и др. 1970).

Эти вычисления могут быть наиболее просто и точно выполнены, в том случае если энергии иона и атома не слишком малы, и в то же время массы иона и атомов мишени не слишком велики, тогда средние расстояния, на которых происходят последовательные столкновения, будут больше чем межатомные расстояния твердого тела. В этом случае каскад столкновений может рассматриваться как разреженный или линейный, а эквивалентное условие для локальной плотности энерговыделения состоит в не превышении соответствующих термодинамических параметров твердого тела, например, удельной теплоты плавления. Если это требование не выполняется, то событие будет правильнее рассматривать как энергетический выброс и перераспределение энергии. Это относится как к столкновительной, так и к более поздней фазе процесса, который может быть приближенно описан в рамках формализма теплопередачи (Сейтц и Коэлер 1956, Зигмунд 1974).

Поскольку места проникновения ионов в твердое тело будут статистически распределены, индивидуальные ионные траектории, их конечные точки, и параметры столкновительного объема будут также статистически распределенными. Но для большого количества событий (числа соударений) можно оценить средние значения этих параметров и моменты более высокого порядка. В линейном каскадном режиме, область соударений имеет приблизительно эллипсоидальную форму. Поверхности одинакового энерговыделения представляют собой эллипсоиды вращения с большой осью, совпадающей с направлением движения ионов, центры которых расположены ниже поверхности, на глубине, увеличивающейся с ростом энергии ионов.

В результате такого распределения энергии, атомы на поверхности, получившие энергию и направленный к поверхности импульс, достаточные для преодоления энергии связи, будут выброшены или расплынены с поверхности. Они будут распределены по энергии, направлению эмиссии и по числу атомов на падающий ион в силу статистической природы столкновительных процессов. Тем не менее, можно определить средний коэффициент распыления Y , который будет линейно зависеть от скорости энерговыделения в упругих соударениях вблизи поверхности и будет обратно пропорционален энергии связи атомов мишени с поверхностью.

Кроме того, поскольку ось усредненного столкновительного каскада совпадает с направлением падения ионов, энергия, выделенная вблизи поверхности, будет зависеть от угла бомбардировки, а следовательно коэффициент распыления будет иметь вид $Y(\Theta)$. Простые геометрические построения показывают, что при возрастании Θ от первоначального нулевого значения при нормальном падении ионов, область пересечения эллипсоидального каскадного объема с поверхностью увеличиваются так, что коэффициент распыления тоже увеличивается. Однако, если угол падения будет и дальше возрастать, то атомы отдачи, образованные вблизи поверхности, будут покидать ее без генерации более высоких поколений атомов отдачи. Таким образом, происходит сокращение всей совокупности атомов отдачи и уменьшение коэффициента распыления. Наконец, с приближением угла падения ионов к скользящему углу, растет количество отраженных ионов, а коэффициент распыления стремится к нулю. Это поведение коэффициента распыления изображено на рис. 1.2, заимствованном из экспериментальных работ по распылению Al, Ti, Ta и Ag низкоэнергетическими (1,05 кэВ) ионами Ar^+ (Очеснер 1975). При таких низких энергиях, распыление может быть произведено гораздо меньшим числом столкновений типа ион-атом и атом-атом вблизи поверхности, чем в каскадном приближении, рассмотренном выше. Из рис. 1.2 видно, что для не слишком больших углов падения экспериментальные данные (Очеснер 1975) $Y(\Theta)$ могут быть аппроксимированы зависимостью $\cos^{-1}\Theta$.

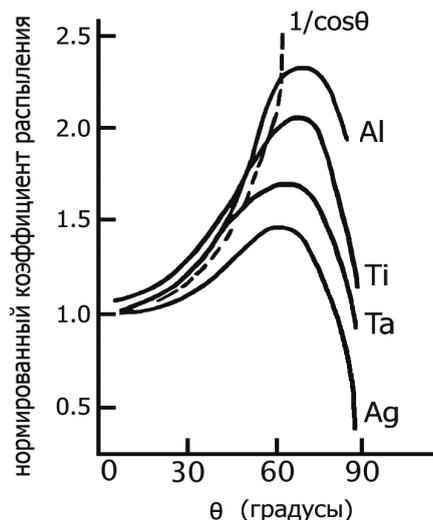


Рисунок 1.2. Коэффициент распыления, нормированный к единице, для нормального падения ионов на поверхность, являющийся функцией угла падения Θ по отношению к нормали поверхности в случае бомбардировки поликристаллов Al, Ti, Ta и Ag ионами Ar^+ с энергией 1,05 кэВ (из обзора Дж. Картера [20])

Данный подход, справедливый в предположении, что мишень является бесструктурной, может быть приспособлен для описания выхода ионов из кристаллических материалов. В случае, если ионы падают параллельно или почти параллельно кристаллическим рядам и плоскостям, межатомные силы этих рядов и плоскостей могут вынуждать ионы совершать колебательные движения, в процессе их перемещения внутрь кристалла посредством каналирования (Робинсон и Оуэн 1963, Леманн и Лейбфрид 1965, Линдхард 1965). Эти направляющие структуры, ограничивающие сближение между ионами и атомами мишени, позволяют ионам проникать более глубоко в кристалл и уменьшают энерговыделение вблизи поверхности. В результате коэффициенты распыления уменьшаются. Это наиболее заметно для открытых или прозрачных кристаллических поверхностей с низкой поверхностной плотностью атомов и для всех случаев, когда ионы падают параллельно атомным рядам и плоскостям. Последнее ведет к более сложному поведению коэффициента распыления при изменении полярного и азимутального углов падения ионов, чем то, которое предполагалось выше и является зависящим от кристаллографии поверхности (Ондерделинден 1966, Робинсон 1981) [20].

Когда условия для линейного каскадного процесса не выполнены и плотности локального энерговыделения велики, обычно наблюдаемые коэффициенты распыления оказываются намного выше, чем предсказывает формализм линейных каскадов (Андерсен и Бей 1973, Томпсон и Джохар 1979, Андерсен и др. 1998). Текущие модели такого возрастания основаны на образовании локальных областей перегрева с последующим тепловым переносом и эффективным возрастанием испарения или возгонки с поверхности (Зигмунд и Клаузен 1981, Клаузен 1982, Картер 1980). Вообще говоря, эти условия редко встречаются в современных прикладных задачах распыления и эрозии, вследствие чего не будут рассмотрены в дальнейшем.

Другие эффекты, возникающие в ходе распыления при любых условиях выделения энергии, могут иметь значение в определении развития поверхностной морфологии, и они связаны с процессами смещения атомов. Так как распыление включает в себя выброс поверхностных атомов, то происходит неизбежное образование вакансий и, кроме того, одновременное создание вакансий и дефектов внедрения под поверхность. Некоторые из точечных дефектов могут рекомбинировать и аннигилировать или объединяться в протяженные дефекты. Другие могут мигрировать к поверхности и в случае попадания в междоузлие образуют радиационно-индуцированные адатомы. Оба типа дефектов могут перемещаться по поверхности и для некоторых кристаллографических поверхностей, которые будут рассмотрены ниже, их перемещение не может быть полностью случайным, а должно быть вынужденным [20].

Случайная и вынужденная диффузии могут приводить к весьма загадочным, но воспроизводимым разнообразным регулярным поверхностным структурам, которые могут найти полезное применение. Вдобавок ко всему, эти дефекты, к которым можно отнести незадействованные или оборванные химические связи и локальную перегруппировку атомов, могут влиять на реакции,

происходящие на поверхности. В число таких реакций может входить возникновение предпочтительных мест зародышеобразования, если при распылении имеет место соосаждение атомов, а также изменение скоростей газофазных химических реакций и травления, если распыление происходит в присутствии химически активных паров. В последнем случае процесс физического распыления заменяется на радиационно-опосредованное химическое распыление. Наконец, когда падающие ионы проникают и накапливаются в материале подложки, скорость потери энергии последующими ионами, будет изменяться, вследствие чего изменится коэффициент распыления материала подложки. В частности, в веществах с ковалентной связью накопление дефектов может привести к фазовой нестабильности и переходу вещества в аморфное состояние. Потеря кристалличности может изменить процесс каналирования, который, в свою очередь, изменит коэффициент распыления подобных материалов.

На основе приведенного короткого обзора процесса одиночного соударения иона с поверхностью и последующих процессов распыления можно перейти к обобщению для усредненных эффектов в случае соударений многих ионов. Если предположить, что однородный в пространстве и во времени пучок ионов с пространственно-усредненной плотностью потока J падает вдоль направления Oz на элемент поверхности, который наклонен под полярным углом Θ к плоскости xOy , то нормаль к поверхности, будет наклонена под соответствующим углом к оси z . И если среднее значение коэффициента распыления $Y(\Theta)$ является функцией только этого полярного угла, то скорость локальной эрозии вдоль нормали к поверхности \vec{n} (рис. 1.3) вычисляется по формуле

$$c = \frac{JY(\Theta)\cos\Theta}{\rho}, \quad (1.3)$$

где ρ – плотность атомов в подложке, тогда как плотность потока, приходящаяся на элемент поверхности, уменьшается при проектировании этого элемента на плоскость xOy . Эквивалентная скорость эрозии поверхности в направлении Oz или скорость уменьшения высоты поверхности при фиксированных (x, y) равна

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{c}{\cos\Theta} = \frac{JY(\Theta)}{\rho}. \quad (1.4)$$

Если, с другой стороны, однородный поток ионов той же плотности падает в направлении, образующем полярный угол Θ_0 с осью Oz , но с тем же азимутом, что и рассматриваемый элемент поверхности, то эквивалентная скорость уменьшения высоты поверхности равна

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{JY(\Theta - \Theta_0)\cos(\Theta - \Theta_0)}{\rho\cos\Theta_0} = \frac{JY(\Theta - \Theta_0)(\cos\Theta + \sin\Theta_0\operatorname{tg}\Theta)}{N}. \quad (1.5)$$

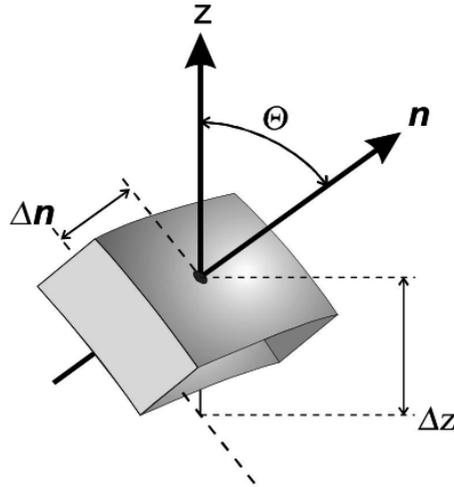


Рисунок 1.3. Смещение элемента распыляемой поверхности вдоль нормали к поверхности n и вдоль оси z

Заметим, что уравнения, приведенные в обзоре Картера [20], содержат очевидные ошибки. Во первых, в уравнении (1.4) правая часть должна быть отрицательной, т.к. речь идет о понижении поверхности за счет распыления. Предположение, что ось z направлена вниз, не соответствует последующим выражениям, например, (1.16), (1.18), (1.21). Во вторых, в уравнении (1.5) в знаменателе должен быть косинус Θ , а не Θ_0 (см., например, (1.4), (1.7) и рис. 1.3). Таким образом, уравнение (1.5) должно иметь вид

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -\frac{JY(\Theta - \Theta_0)\cos(\Theta - \Theta_0)}{\rho \cos \Theta} = -\frac{JY(\Theta - \Theta_0)(\cos \Theta_0 + \sin \Theta_0 \operatorname{tg} \Theta)}{\rho}. \quad (1.6)$$

Б. Стохастические и релаксационные эффекты высшего порядка

Подход к описанию мелкомасштабных флуктуаций основан на учете как случайных возмущений и примесей так и увеличения эрозии в некоторых областях (Стьюарт и Томпсон). Согласно Дж. Картеру [20] ионы достигают распыляемой поверхности беспорядочно в пространстве и во времени, а сама поверхность состоит из рядов дискретных атомов, вследствие чего величина коэффициента распыления является не детерминированной, а распределенной около среднего значения. Поэтому процесс эрозии является стохастическим и может описываться как шумовой процесс.

Беннинговен (1971) использовал это описание при оценке способа, которым первоначально плоская поверхность эродировать в процессе ионной бомбардировки при послойном анализе состава материала методами вторичной ионной масс-спектрометрии. Беннинговен предположил, что подложка должна

представлять собой систему «горизонтальных» атомных слоев, лежащих в плоскости xOy . Когда атомы эродированы из первого слоя, то второй слой частично остается незащищенным от распыления и, следовательно, нижележащие слои будут проявляться с вероятностью, пропорциональной толщине слоя покрывающих их атомов. В результате поверхность становится неровной вместе с распределением слоев по глубине, которое при небольших флюенсах описывается распределением Пуассона по глубине, а с увеличением плотности потока ионов переходит в распределение Гаусса.

Эти статистические результаты подобны тем, которые можно получить, используя модель подложки с «вертикальными» слоями при беспорядочном падении частиц в местах распыления поверхности. В рамках данного подхода средняя плотность потока ионов должна быть заменена на флуктуирующую величину для определения скоростей эрозии, в результате чего, получается система, в которой шум носит мультипликативный характер (т.е. флуктуации плотности потока ионов перемножаются с флуктуациями коэффициента распыления, обусловленными шероховатостью поверхности). Однако при теоретическом исследовании поверхностного распыления Лоритсен и др. (1996) показали, что с некоторой небольшой погрешностью результирующий шум может рассматриваться как величина аддитивная. Таким образом, среднее значение плотности потока ионов может использоваться, как и прежде, для определения скоростей эрозии, однако добавочный стохастический член $\eta(x, t)$ обязательно должен быть включен в описание развития рельефа поверхности. В предположении, что статистика падения ионов подчиняется распределению Гаусса, стандартное отклонение шумового члена эквивалентно средней скорости эрозии плоской поверхности, однако, поскольку система является стохастической, неоднородности на поверхности будут возникать случайным образом относительно среднего профиля.

Главный недостаток этого подхода заключается в том, что общие представления о микроскопических флуктуациях поверхности не могут быть описаны с помощью каких-либо конкретных формул для хотя бы приближенного описания структуры поверхности. Следует отметить, что стохастический подход к детерминированным процессам всегда применяется при недостаточном понимании физического явления и невозможности его формального описания. Поэтому дальше стохастический подход не используется, а рассматривается образование упорядоченного рельефа в рамках детерминистического подхода к описанию эрозии поверхности.

Зигмунд (1969), (1973) [17] показал, что поскольку энергия, передаваемая падающему иону, пространственно распределена внутри мишени, то коэффициент распыления будет также зависеть от окружающего его пространства в некоторой точке поверхности. Подобная зависимость обусловлена наличием выступов на поверхности, в которые частично попадают столкновительные каскады. Такие области распыляются медленнее, чем впадины, что потенциально ведет к развитию неустойчивости распыляемого профиля.

Впоследствии Картер и др., аппроксимируя эллиптическую поверхность постоянной плотности энерговыделения сферической, показали, что

коэффициент распыления может быть описан суммой компоненты зависящей от наклона поверхности и компоненты, линейно зависящей от локальной кривизны. Одновременно Бредли и Харпер (1988) [14] развили более точное описание, основанное на представлении об эллипсоидальных контурах плотности энерговыделения, и оценили зависимость коэффициента распыления и скорости эрозии от градиента и кривизны поверхности в терминах параметров столкновительных каскадов. В данном описании детерминистическая скорость эрозии описывается выражением

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{JY(\Theta)}{\cos \Theta N} [\cos \Theta - \Gamma_x(\Theta) a K_x - \Gamma_y(\Theta) a K_y], \quad (1.7)$$

где K – это кривизна в направлениях x и y , $\Gamma(\Theta)$ – некоторая теоретически определяемая функция от аргумента Θ , линейно зависящая от размеров столкновительного каскада, a – средняя глубина столкновительных каскадов.

Если поверхностные градиенты малы, то локальная кривизна K может быть аппроксимирована выражениями

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \text{ и } \frac{\partial^2 h}{\partial y^2}. \quad (1.8)$$

Еще раз отметим, что согласно Бредли и Харперу [14] при нормальном угле бомбардировки $\Gamma < 0$, и только при скользящих углах бомбардировки $\Gamma > 0$. Если правильно расставить знаки в уравнении (1.7), то знаки при вторых производных будут отрицательными. Выше уже говорилось, что в этом случае задача Коши является некорректной.

Позднее Макеев и Барабаси (1997) использовали подобный подход, однако, описывали поверхность в терминах Тэйлоровского разложения в определенной точке поверхности. Они пришли к выводу, что следующие члены

$$\frac{\partial^4 h}{\partial x^4} \text{ и } \frac{\partial^4 h}{\partial y^4} \quad (1.9)$$

также важны для определения скорости локальной эрозии, но противоположны по знаку членам второго порядка и ведут к стабилизации поверхности. В то время, как Картер (1999) считает, что частные пространственные производные высших порядков не дают особого вклада в скорость эрозии, необходимо понимать, что именно они определяют динамику задачи об эрозии поверхности ионной бомбардировкой.

Эффекты, описываемые производными высшего порядка, зависят от деталей процесса энерговыделения и их влияния на коэффициент распыления, кроме того, некоторые поверхностные атомные отдачи, приведенные в движение столкновительными процессами, могут оказаться неспособными преодолеть

поверхностный энергетический барьер и будут двигаться параллельно поверхности. Будет возникать направленный поток таких атомов отдачи вместе со случайной компонентой, которая представляет собой обусловленный столкновениями эквивалент диффузионного процесса. Можно показать, что это ведет к процессу локального увеличения числа атомов в большей степени, чем эрозия, что приводит к скорости нормального поверхностного роста пропорциональной пространственной производной второго порядка от высоты поверхности (Картер и Вишняков 1996).

Все эти процессы появляются в результате перераспределения атомов или в направлении бомбардировки, или поперек, и являются по своей сути тепловыми процессами. Кроме того, могут иметь место термически активированные процессы, приводящие в итоге к поверхностной релаксации. Если температура поверхности высока настолько, что атомы могут испаряться с поверхности, и давление окружающего пара так велико, что может происходить переконденсация, то процессы роста осуществляются со скоростью, пропорциональной плотности поверхностной свободной энергии и пространственной производной второго порядка (Виллаин 1991, Карунасари и др. 1989). При низких температурах объемная диффузия может привести к атомному переносу по нормали к поверхности, что в свою очередь ведет к локальному росту неоднородностей со скоростью, пропорциональной пространственной производной третьего порядка от их высоты (Мюллинс 1959). В то же время при низких температурах, которые наиболее часто встречаются на практике, процессы преобладающей поверхностной релаксации являются следствием поверхностной атомной диффузии. Эта диффузия появляется благодаря изменению локального химического потенциала μ поверхности, который в первом приближении может быть записан как

$$\mu = \mu_0 + \Omega\gamma(K_x + K_y), \quad (1.10)$$

где μ_0 – химический потенциал плоской поверхности по отношению к окружающему ее пространству, Ω – атомный объем, γ – плотность поверхностной свободной энергии. Градиент химического потенциала поверхности приводит к росту плотности потока ионов, а градиент плотности потока ионов приводит к нормальной скорости роста на поверхности, описываемой (Мюллинс 1959, Картер 1976) выражением

$$\frac{\gamma n}{N^2 kT} \left[D_x \frac{\partial^2 K_x}{\partial s_x^2} + D_y \frac{\partial^2 K_y}{\partial s_y^2} \right], \quad (1.11)$$

где n – плотность диффундирующих поверхностных атомов, k – постоянная Больцмана, T – температура подложки, D_x , D_y – коэффициенты поверхностной диффузии соответственно в направлениях x и y , которые могут отличаться, если процесс диффузии изотропен, s_x и s_y – расстояния, измеряемые вдоль поверхности. Поверхностные коэффициенты диффузии будут зависеть от температуры как

$$D = D_0 \exp\left(\frac{-Q}{kT}\right), \quad (1.12)$$

где Q – энергия активации для диффузии. Если градиент поверхности мал, то дробные члены в уравнении (1.11) можно заменить на члены вида $D\partial^4 h/\partial x^4$. Поскольку, если поверхностные атомы перемещаются в ходе столкновений и их движение управляется градиентом химического потенциала, то мы должны заменить D на эффективный баллистический коэффициент диффузии.

Кроме того, дефекты возникающие в объеме подложки, мигрируют к поверхности и формируют адатомы или дефекты, диффундирующие поперек поверхности (Мичли и Комса 1991, Эрлебачер и др. 1999). Этот процесс влияет на число подвижных образований в большей степени, чем эффективный коэффициент диффузии. Что в свою очередь приводит к зависимости скорости роста неоднородностей от частной производной четвертого порядка. С другой стороны, если сам процесс перемещения перераспределяет атомы по поверхности, следует ожидать повышения эффективного коэффициента диффузии, аналогично тому как локальная кривизна поверхности влияет на коэффициента распыления, поскольку оба процесса (диффузия и распыление) являются результатом поверхностного энерговыделения. В этом случае скорость нормального поверхностного роста, пропорциональная частной производной четвертого порядка от высоты рельефа поверхности, была вычислена Дж. Картером (Картер 1998).

Предполагается, что в случае анизотропной среды процессы вышеописанной диффузии не имеют выделенных направлений для плотности потока ионов. Для некоторых материалов это допущение неверно (например, гранецентрированные кубические кристаллы), у которых существуют барьеры на границах атомных плоскостей. Этот барьер, известный как барьер Эрлиха-Свобельского (Эрлих и Худда 1966), получается в результате модификации атомных связей на границах атомных плоскостей. Атомы, мигрируя по плоскостям, имеют свойство прикрепляться к краям вышележащих плоскостей и образуют направленный восходящий поток атомов. В простейшем приближении (Виллайн 1991) величина атомного потока будет линейно зависеть от градиента поверхности. Таким образом, появится скорость локального роста, пропорциональная градиенту этого потока и, следовательно, пространственной частной производной второго порядка от высоты поверхности. Знак у производной такой же, как и у рассмотренного выше коэффициента распыления, зависящего от кривизны поверхности. Это может служить альтернативным механизмам дестабилизации морфологии поверхности. Однако направленный поток является более сложной функцией градиента поверхности, нежели линейная зависимость. В связи с этим можно предложить несколько видов аппроксимаций высших порядков (Джонсон и др. 1994).

Как будет показано ниже, процесс дестабилизации поверхности может привести к различным видам морфологии поверхности, которые будут появляться вследствие зависимости коэффициент распыления от кривизны поверхности. В общем виде скорость локального нормального роста неоднородностей, причиной которого является поток ионов j_s , описывается выражением

$$\frac{\nabla j_s \cos \Theta}{N}. \quad (1.13)$$

В дополнение к эффектам диффузионного переноса в аморфных материалах могут наблюдаться эффекты релаксации неоднородностей посредством вязкого течения, возникающего вследствие миграции дефектов. Полупроводники, подвергнутые ионной бомбардировке, могут переходить в аморфное состояние. Вязкое течение в этих материалах и в полупроводниковых оксидах наблюдалось в исследованиях Волкерта (1991) и Сноексефа (1994). Следуя развитому ранее подходу к влиянию эффектов вязкого течения на развитие поверхностной морфологии, Мюллинс (1959) и Чесона и др. (1994) показали, что эти процессы приводят к нормальному росту неоднородностей со скоростью пропорциональной величине градиента поверхности. Впоследствии Картер (1997) показал, что эта скорость может быть выражена как

$$J \rho \cos \Theta, \quad (1.14)$$

где ρ – обусловленная бомбардировкой вязкость, приходящаяся на единицу плотности ионного потока, пропорциональная плотности нерегенерированных дефектов на один падающий ион.

Если все вышеуказанные процессы дают вклад в модификацию морфологии поверхности, тогда общее нелинейное уравнение для описания развития локального рельефа поверхности может быть получено путем объединения приведенных выше уравнений, т.е.

$$\begin{aligned} \frac{\partial h}{\partial t} = & -g - \beta_x \frac{\partial h}{\partial x} + \beta_y \frac{\partial h}{\partial y} + \delta_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \delta_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \kappa_x \frac{\partial^4 h}{\partial x^4} + \kappa_y \frac{\partial^4 h}{\partial y^4} + \\ & + \frac{\nabla j_x}{N} - \eta(x, y, z). \end{aligned} \quad (1.15)$$

Уравнение (1.15) не может быть решено аналитическими методами и пока что численные методы также не применялись для решения уравнения в общем виде. Тем не менее, эти методы использовались для анализа и решения упрощенного варианта уравнения, являющегося его аппроксимацией для некоторых частных случаев

$$\begin{aligned} \frac{\partial h}{\partial t} = & -g - \beta_x \left| \frac{\partial h}{\partial x} \right| + \beta_y \left| \frac{\partial h}{\partial y} \right| + \delta_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \delta_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \\ & + k_x \frac{\partial^4 h}{\partial x^4} + k_y \frac{\partial^4 h}{\partial y^4} + \frac{\nabla j_x}{N}, \end{aligned} \quad (1.16)$$

где объемный коэффициент диффузии и процессы переконденсации и испарения не учитываются, g следует из уравнений (1.4) или (1.5), а коэффициенты β , γ , k выведены, соответственно, из уравнения (1.14), суммы уравнений (1.11) и вклада случайных баллистических потоков поверхностных атомов, использовавшихся Макеевым и Барабаси (1997).

Бредли и Харпер (1988) [14] рассмотрели случай однородного ионного потока, падающего параллельно xOz плоскостям под углом Θ к оси Oz на поверхность, лежащую в плоскости Oy , полагая, что имеют место только распыление, зависящее от кривизны поверхности, и изотропная тепловая поверхностная диффузия. Авторы также предполагали, что градиенты поверхности настолько малы, что в уравнении (1.16) можно положить

$$\alpha \approx \tan \alpha \approx \sin \alpha \approx \frac{\partial h}{\partial x} \cos \alpha \approx 1 \quad (1.17)$$

и $Y(\Theta - \alpha)$ может быть разложен до первого порядка относительно $Y(0)$. При этих обстоятельствах, уравнение (1.16) упрощается до следующего выражения

$$\begin{aligned} \frac{\partial h}{\partial t} = & -\frac{JY(\Theta)}{N} + \frac{J}{N} \frac{\partial [Y(\Theta) \cos \Theta]}{\partial \Theta} \frac{\partial h}{\partial x} + \\ & + \delta_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \delta_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} - k \Delta^2 h, \end{aligned} \quad (1.18)$$

где Δ – оператор Лапласа, а $k = D_s \gamma \nu / n^2 k_B T > 0$, D_s – поверхностная диффузия, γ – поверхностная свободная энергия, приходящая на единицу площади, ν – поверхностное натяжение.

Необходимо отметить, что задача Коши для уравнения (1.16) будет корректной, а для уравнения (1.18) – нет, т.к. знак при 4 й производной отрицателен.

Уравнение (1.18) было получено в работе [14] как линейное уравнение, где кривизна в направлении координатных осей вычисляется по «линеаризованной» формуле, т.е. полагается пропорциональной $\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}$ и $\frac{\partial^2 h}{\partial y^2}$ соответственно. В этой работе выполнен элементарный анализ этого уравнения и выделен класс решений, который называют обычно «плоские бегущие волны». Если ввести некоторые обозначения, упрощающие его анализ

$$\alpha = \alpha(\Theta) = \frac{JY(\Theta)}{N}, \beta = \beta(\Theta) = \frac{J}{N} \frac{\partial [Y(\Theta) \cos \Theta]}{\partial \Theta},$$

то уравнение (1.18) допускает решения вида

$$h_1(t, x, y) = -\alpha t.$$

Если положить

$$h(t, x, y) = -\alpha t + u(t, x, y),$$

то уравнение для $u(t, x, y)$ примет вид

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \beta \frac{\partial u}{\partial x} + \delta_x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \delta_y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - k \Delta^2 u, \quad (1.19)$$

где Δ – оператор Лапласа.

Уравнение имеет решения в виде плоских бегущих волн:

$$u = A \exp(\lambda t + i\omega_x x + i\omega_y y),$$

если выполняется соотношение

$$\lambda = \omega_x - \delta_x \omega_x^2 - \delta_y \omega_y^2 - k(\omega_x^2 + \omega_y^2)^2.$$

Критерием устойчивости решения служит неравенство

$$\operatorname{Re} \lambda = \lambda_1 = -\delta_x \omega_x^2 - \delta_y \omega_y^2 - k(\omega_x^2 + \omega_y^2)^2 < 0.$$

В работе [14] обсуждается вопрос о выборе параметров, при которых это неравенство выполнено. Этот анализ нельзя считать полностью окончательным в силу следующих аргументов.

Во первых, такой анализ устойчивости нельзя априори считать полноценным, так как при его реализации исследована устойчивость решения $h_1(t, x, y)$ лишь в классе плоских бегущих волн. Нет достаточных оснований считать, что все возмущения сводятся к возмущению вида $A \exp(i\omega_x x + i\omega_y y)$.

Во вторых, уравнение (1.18) допускает и другие решения. Например,

$$h_2(t, x, y) = \alpha_0 t + \alpha_1 x + \alpha_2 y,$$

где α_0, α_1 связаны соотношением

$$\alpha_0 = -\alpha + \beta \alpha_1,$$

а α_2 – произвольная постоянная.

Поэтому требуется более детальный анализ уравнения (1.18) для физически осмысленных решений этого уравнения.

Например, если рассмотреть лишь те решения (1.18), которые не зависят от y , то получим уравнение

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -\alpha + \beta \frac{\partial h}{\partial x} + \beta_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} - k \frac{\partial^4 h}{\partial x^4}. \quad (1.20)$$

Для этого уравнения возможны две ситуации. Можно рассмотреть случай, когда $x \in (-\infty, +\infty)$, т.е. распыляемая поверхность «бесконечна». Второй случай возникает, если $x \in [0; l]$, т.е. образец имеет длину l . Хорошо известно, что это две разные с точки зрения математики задачи, а выбор зависит от их физической постановки. При рассмотрении второго варианта, когда образец имеет длину l , исследование существенным образом зависит от выбора условий при $x = 0$, $x = l$.

Существует еще один аспект, связанный с рассмотрением подхода, предложенного в работе [14]. На самом деле Бредли и Харпер исходили из того, что дисперсия зависит от K_x, K_y – кривизны поверхности в направлении осей Ox, Oy и в дальнейшем полагали, что обе кривизны в первом приближении пропорциональны вторым производным. Более детальный учет кривизны в простейшем случае приведет к нелинейному варианту уравнению (1.19)

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -\alpha + \beta \frac{\partial h}{\partial x} + \beta_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \left(1 + \frac{\partial h}{\partial x}\right)^{\frac{1}{2}} - k \frac{\partial^4 h}{\partial x^4}. \quad (1.21)$$

Исходя из общих соображений, в задачах эрозии поверхности более естественно использовать нелинейные уравнения, т.к. линейные уравнения не позволяют вычислить амплитуду рельефа. Вопрос о нелинейных слагаемых в уравнении (1.20) остается открытым, так как кроме нелинейности, обусловленной кривизной поверхности (1.21), могут быть и иные нелинейные слагаемые.

§ 3. ПРОСТРАНСТВЕННО-НЕЛОКАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ ЭРОЗИИ

А. Вывод нелокального уравнения эрозии поверхности ионной бомбардировкой

В работах [19, 21] была предложена модель, в рамках которой исходная поверхность рассматривалась как суперпозиция $z(x, 0) = \bar{z}(x, 0) + \tilde{z}(x, 0)$ гладкого рельефа $\bar{z}(x, 0)$, для которого $a \ll R$, и малых возмущений $\tilde{z}(x, 0)$. Угол между локальной нормалью к поверхности и осью z составлял $\bar{\Theta} + \tilde{\Theta}$, где $\bar{\Theta}$ и $\tilde{\Theta}$ – углы между осью z и локальными нормальями к $\bar{z}(x, 0)$ и $\tilde{z}(x, 0)$, соответственно. Средняя протяженность возмущения

$$l = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_{i+1} - x_i), \quad (1.22)$$

где x_i определяется условием $z(x_i) = 0$, – величина порядка средней длины пробега иона $l \sim a$.

Если рассматривать поверхностную топографию $z(x, t)$ как суперпозицию $z(x, t) = \bar{z}(x, t) + \tilde{z}(x, t)$ микроскопического $\bar{z}(x, t)$ и субмикронного $\tilde{z}(x, t)$ рельефов (рис. 1.4), то угол наклона локальной нормали \vec{n} к оси z может быть представлен как $\Theta = \bar{\Theta} + \tilde{\Theta}$. Также предполагается, что распыляемая среда является однородной, средняя длина пробега иона постоянна и равна $|\vec{l}|$, а поверхность постоянной энергии, выделяемой первичным ионом, имеет вид сферы. В соответствии с этими предположениями, центры сфер (центры энерговыделения) будут расположены на кривой, полученной трансляцией $\bar{z}(x, t)$ на вектор \vec{l} (рис. 1.4). Если на поверхности, описываемой кривой $\bar{z}(x, t)$, образуется нанорельеф $\tilde{z}(x, t)$, то центры энерговыделения будут расположены на кривой, полученной трансляцией $\tilde{z}(x, t)$ на вектор \vec{l} (рис. 1.7).

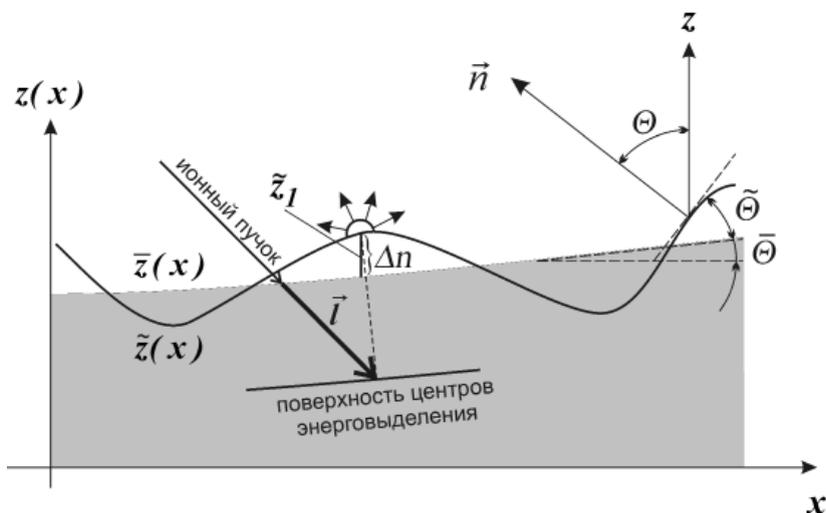


Рисунок 1.4. Влияние субмикронной топографии z_1 в точке выхода вторичного атома x на коэффициент распыления в рамках модели Зигмунда

В рамках детерминистического подхода предполагается, что каждый центр энерговыделения приводит к эмиссии Y атомов из определенной точки поверхности. Эта точка расположена ближе других к данному центру, т.е. находится в месте пересечения нормали с поверхностью $\bar{z}(x, t)$. Тогда число атомов dN_s , распыленных с элемента поверхности $d\bar{S}$, будет равно произведению числа центров энерговыделения на такой же площадке $d\bar{S}$, полученной трансляцией элемента $d\bar{S}$ на вектор \vec{l} , на коэффициента распыления $Y(\bar{\Theta}_0 - \tilde{\Theta})$.

Скорость движения элемента поверхности $d\bar{S}$ вдоль локальной нормали к $\bar{z}(x, t)$ выражается через произведение числа атомов, распыленных с элемента поверхности в секунду dN_s / dt и объема, занимаемого одним атомом в мишени $1 / \rho$.

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{d\bar{N}_s}{dt} \frac{1}{\rho}, \quad (1.23)$$

где ρ – плотность атомов. Скорость эмиссии атомов с поверхности вычисляется как

$$\frac{d\bar{N}_s}{dt} = \frac{d\bar{N}_i}{dt} Y(\Theta_0 - \Theta), \quad (1.24)$$

где $d\bar{N}_i/dt$ – скорость генерации центров энерговыделения, участвующих в распылении данного элемента поверхности $d\bar{S}$. Таким образом, локальная скорость понижения поверхности без нанорельефа будет иметь вид

$$\frac{\partial \bar{z}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{Y(\Theta_0 - \Theta)}{\cos \Theta} \frac{d\bar{N}_i}{dt}. \quad (1.25)$$

При выводе уравнения эрозии нанорельефа можно воспользоваться приведенной выше схемой, т.е. по-прежнему рассматривать распыление элемента $d\bar{S}$ поверхности $\bar{z}(x, t)$, но в коэффициенте распыления в выражении (1.24) учесть поправки, связанные с изменением высоты нанорельефа в точках выхода вторичного иона и внедрения первичного иона (рис. 1.5). С учетом зависимости от локальной топографии $\tilde{z}_1 = \tilde{z}(x)$ в точке выхода вторичного атома (рис. 1.4) и в точке внедрения первичного иона $\tilde{z}_2 = \tilde{z}(x - l_x)$ (рис. 1.5), коэффициент распыления в выражении (1.25) может быть представлен как $Y(\Theta_0 - \Theta) = Y[(\Theta_0 - \Theta), \tilde{z}_1, \tilde{z}_2]$. Здесь $l_x = l \sin(\Theta_0 - \Theta) \cos \Theta$ – параметр, физический смысл которого иллюстрирует рис. 1.6.

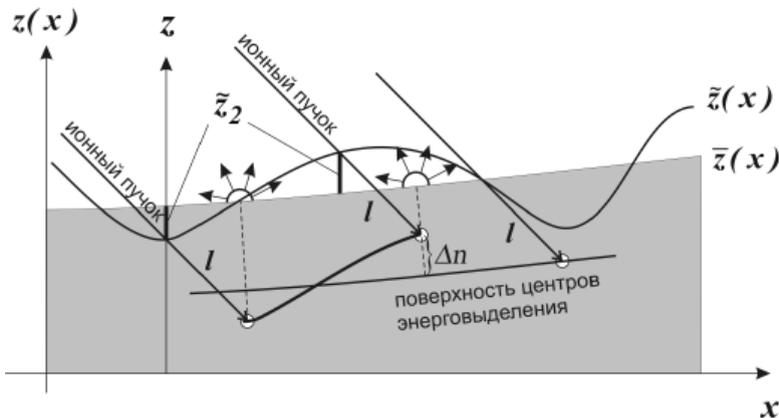


Рисунок 1.5. Влияние субмикронной топографии \tilde{z}_2 в точке внедрения первичного иона $x - l_x$ на коэффициент распыления в точке x в рамках модели Зигмунда

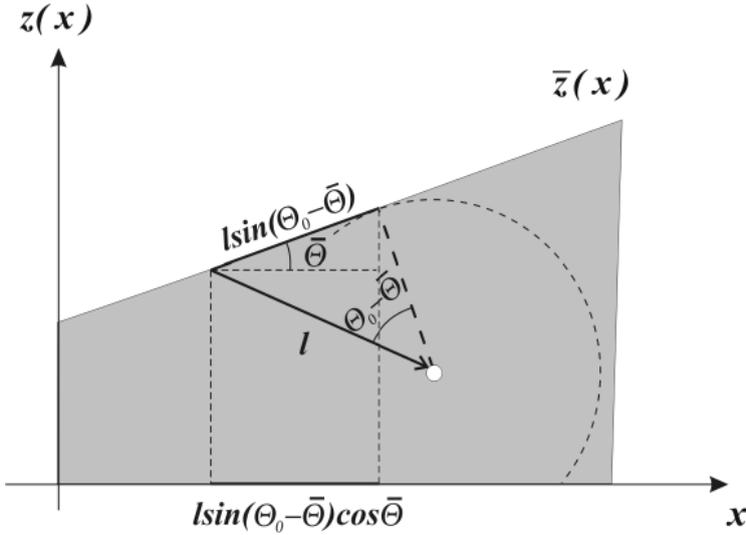


Рисунок 1.6. Оценка параметра l_x в первом приближении, не учитывающем зависимость l_x от z_1, z_2 и полагающем, что изоэнергетические поверхности имеют форму сферы

Введенный выше коэффициент распыления – неизвестная функция локального угла бомбардировки и параметров \tilde{z}_1, \tilde{z}_2 . При условии малости \tilde{z}_1, \tilde{z}_2 она может быть разложена в степенной ряд, ограниченный линейными членами

$$Y[\Theta_0 - \bar{\Theta}, \tilde{z}_1, \tilde{z}_2,] = Y(\Theta_0 - \bar{\Theta}) - \kappa \tilde{z}_1 + \kappa \tilde{z}_2, \quad (1.26)$$

где

$$\kappa = |(\partial Y / \partial n)(\partial n / \partial \tilde{z})|_{\tilde{z}=0} = |\partial Y / \partial n| \cos \bar{\Theta}. \quad (1.27)$$

Здесь учтено, что согласно рис. 1.4, $\Delta n = \tilde{z}_1 \cos \bar{\Theta}$. Знак коэффициента разложения определяется физическими соображениями: минус при \tilde{z}_1 означает, что коэффициент распыления в точке x убывает с ростом \tilde{z}_1 и наоборот.

Параметр κ может быть оценен разными способами, например, исходя из формулы Ямамуры [23].

$$Y(\Theta_0) = \frac{Y_0}{\cos^\beta \Theta_0} \exp(\alpha - \alpha / \cos \Theta_0). \quad (1.28)$$

С учетом соотношения $n = l \cos \Theta_0$ коэффициент распыления может быть представлен в виде функции n – глубины залегания центра энерговыведения

$$Y(n) = Y_0 l^\beta \frac{\exp(\alpha - \alpha l / n)}{n^\beta}. \quad (1.29)$$

Дифференцирование (1.29) по n приводит к выражению

$$\frac{\partial Y}{\partial n} = Y(\Theta_0) \frac{\alpha - \beta \cos \Theta_0}{l \cos^2 \Theta_0}. \quad (1.30)$$

Подчеркнем, что выражение (1.30), согласно рис. 1.4 имеет смысл производной по нормали к поверхности $\bar{z}(x, t)$. Поэтому, чтобы получить параметр κ уравнение (1.30) следует домножить на $\cos \bar{\Theta}$, а угол Θ_0 заменить на $\Theta_0 - \bar{\Theta}$

$$\kappa = \left| \frac{\partial Y}{\partial n} \right| \cos \bar{\Theta} = -Y(\Theta_0 - \bar{\Theta}) \frac{\alpha - \beta \cos(\Theta_0 - \bar{\Theta})}{l \cos^2(\Theta_0 - \bar{\Theta})} \cos \bar{\Theta}. \quad (1.31)$$

Если теперь вернуться к выражению (1.23) и повторить вывод уравнения (1.25) с учетом (1.26) и (1.31), то можно найти скорость эмиссии атомов с элемента $d\bar{S}$ поверхности $\bar{z}(x, t)$. Если $\bar{\Theta}(x - l_x) = 0$, то число ионов эмитированных с площадки $d\bar{S}$ в одну секунду (рис. 1.7) определяется скоростью генерации центров энерговыделения $d\bar{N}_i / dt$ под элементом поверхности $d\bar{S}$. Последняя вычисляется как произведение плотности потока $J_0 \cos(\Theta_0 - \bar{\Theta})$ и площади элемента $d\bar{S}$:

$$\frac{d\bar{N}_i}{dt} = J_0 \cos(\Theta_0 - \bar{\Theta}) d\bar{S}, \quad (1.32)$$

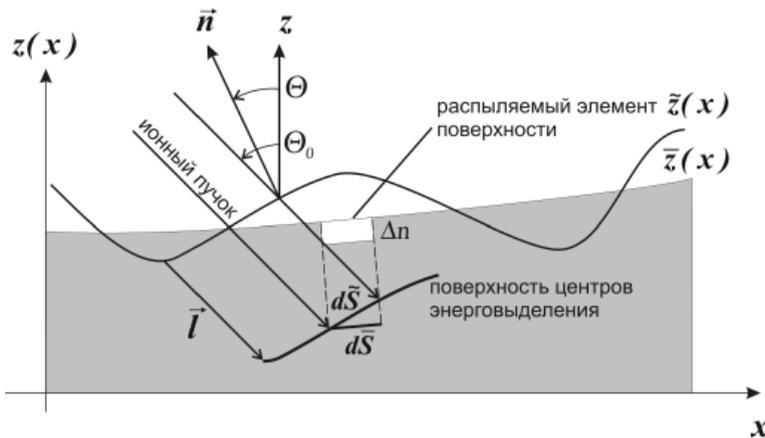


Рисунок 1.7. Влияние угла наклона субмикронного рельефа в точке внедрения иона $x - l_x$ на скорость распыления в точке x

где $\Theta_0 - \bar{\Theta}$ – угол между локальной нормалью и направлением бомбардировки. Если $\tilde{\Theta}(x - l_x) \neq 0$, то центры энерговыделения будут образовываться на элементе площадью $d\tilde{S}$, повернутом относительно $d\bar{S}$ на угол $\tilde{\Theta}$. Таким образом, угол между нормалью к $d\tilde{S}$ и направлением бомбардировки будет равен $\Theta_0 - \bar{\Theta} - \tilde{\Theta}$. С учетом соотношения $d\bar{S} = \cos \tilde{\Theta} d\tilde{S}$ выражение для скорости генерации центров энерговыделения на элементе $d\tilde{S}$ примет вид

$$\frac{d\tilde{N}_i}{dt} = J_0 [\cos(\Theta_0 - \bar{\Theta}) + \sin(\Theta_0 - \bar{\Theta}) \operatorname{tg} \tilde{\Theta}] d\bar{S}. \quad (1.33)$$

В уравнении (1.33) $\tilde{\Theta}$ – угол наклона нанорельефа в точке внедрения первичного иона $x - l_x$, поэтому целесообразно выразить $\operatorname{tg} \tilde{\Theta}$ через производную \tilde{z}'_2 . Из очевидных соотношений $\Theta = \bar{\Theta} + \Theta$ и

$$\bar{z}' + \tilde{z}' = \frac{\operatorname{tg} \bar{\Theta} + \operatorname{tg} \tilde{\Theta}}{1 - \operatorname{tg} \bar{\Theta} \operatorname{tg} \tilde{\Theta}} \quad (1.34)$$

следует, что

$$\tilde{z}'_2 = \frac{\operatorname{tg} \tilde{\Theta} + \operatorname{tg}^2 \bar{\Theta} \operatorname{tg} \tilde{\Theta}}{1 - \operatorname{tg} \bar{\Theta} \operatorname{tg} \tilde{\Theta}}. \quad (1.35)$$

Уравнение (1.35) приводит к выражению

$$\operatorname{tg} \tilde{\Theta} = \frac{\cos^2 \bar{\Theta} \tilde{z}'_2}{1 + \tilde{z}'_2 \sin \bar{\Theta} \cos \bar{\Theta}}. \quad (1.36)$$

Подстановка (1.36) в уравнение (1.33) дает

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{N}_i}{dt} &= J_0 \cos(\Theta_0 - \bar{\Theta} - \tilde{\Theta}) d\tilde{S} = \\ &= J_0 \left[\cos(\Theta_0 - \bar{\Theta}) + \sin(\Theta_0 - \bar{\Theta}) \frac{\cos^2 \bar{\Theta} \tilde{z}'_2}{1 + \tilde{z}'_2 \sin \bar{\Theta} \cos \bar{\Theta}} \right] d\bar{S}. \end{aligned} \quad (1.37)$$

Следовательно, число атомов, выбиваемых с единицы поверхности, согласно (1.25), будет равно

$$\frac{dN_s}{dt} = J_0 Y(\Theta_0 - \bar{\Theta}, \tilde{z}'_1, \tilde{z}'_2) \left[\cos(\Theta_0 - \bar{\Theta}) + \sin(\Theta_0 - \bar{\Theta}) \frac{\cos^2 \bar{\Theta} \tilde{z}'_2}{1 + \tilde{z}'_2 \sin \bar{\Theta} \cos \bar{\Theta}} \right]. \quad (1.38)$$

В соответствии с уравнениями (1.24), (1.38) скорость движения единичного элемента поверхности вдоль локальной нормали равна

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{J_0}{\rho} Y(\Theta_0 - \bar{\Theta}, \tilde{z}_1, \tilde{z}_2) \left[\cos(\Theta_0 - \bar{\Theta}) + \sin(\Theta_0 - \bar{\Theta}) \frac{\cos^2 \bar{\Theta} \tilde{z}'_2}{1 + \tilde{z}'_2 \sin \bar{\Theta} \cos \bar{\Theta}} \right], \quad (1.39)$$

а вертикальная скорость эрозии с учетом соотношения (1.26) составляет

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial t} = & -\frac{J_0}{\rho \cos \bar{\Theta}} [Y(\Theta_0 - \bar{\Theta}) - \kappa(\tilde{z}_1 - \tilde{z}_2)] \times \\ & \times \left[\cos(\Theta_0 - \bar{\Theta}) + \sin(\Theta_0 - \bar{\Theta}) \frac{\cos^2 \bar{\Theta} \tilde{z}'_2}{1 + \tilde{z}'_2 \sin \bar{\Theta} \cos \bar{\Theta}} \right]. \end{aligned} \quad (1.40)$$

Если учесть соотношение $z = \bar{z} + \tilde{z}$, то в уравнении (1.40) можно выделить слагаемые, описывающие скорость понижения микро- и нанорельефа

$$\frac{\partial \bar{z}}{\partial t} = -\frac{J_0}{\rho} Y(\Theta_0 - \bar{\Theta}) \frac{\cos(\Theta_0 - \bar{\Theta})}{\cos \bar{\Theta}}, \quad (1.41)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{z}}{\partial t} = & -\frac{J_0}{\rho \cos \bar{\Theta}} \left[-\kappa(\tilde{z}_1 - \tilde{z}_2) \cos(\Theta_0 - \bar{\Theta}) + Y \sin(\Theta_0 - \bar{\Theta}) \frac{\cos^2 \bar{\Theta} \tilde{z}'_2}{1 + \tilde{z}'_2 \sin \bar{\Theta} \cos \bar{\Theta}} - \right. \\ & \left. -\kappa(\tilde{z}_1 - \tilde{z}_2) \sin(\Theta_0 - \bar{\Theta}) \frac{\cos^2 \bar{\Theta} \tilde{z}'_2}{1 + \tilde{z}'_2 \sin \bar{\Theta} \cos \bar{\Theta}} \right]. \end{aligned} \quad (1.42)$$

Из них соотношение (1.41), описывающее эволюцию микроскопического рельефа, совпадает с известным уравнением (1.1).

Чтобы получить окончательный вид уравнения эрозии остается раскрыть скобки в (1.42) и подставить выражение (1.31)

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{z}}{\partial t} = & -\frac{J_0 Y}{\rho} \frac{\alpha - \beta \cos(\Theta_0 - \bar{\Theta})}{l \cos(\Theta_0 - \bar{\Theta})} (\tilde{z}_1 - \tilde{z}_2) - \\ & -\frac{J_0 Y}{\rho} \cos \bar{\Theta} \sin(\Theta_0 - \bar{\Theta}) \left[1 + \frac{\alpha - \beta \cos(\Theta_0 - \bar{\Theta})}{\cos^2(\Theta_0 - \bar{\Theta})} \cos \bar{\Theta} \frac{\tilde{z}_1 - \tilde{z}_2}{l} \right] \frac{\tilde{z}'_2}{1 + \tilde{z}'_2 \sin \bar{\Theta} \cos \bar{\Theta}}. \end{aligned} \quad (1.43)$$

Для удобства правая часть уравнения (1.43) разбита на линейное и нелинейное слагаемые, но уравнение может быть записано и в более компактном виде

$$\frac{\partial \tilde{z}}{\partial t} = \frac{J_0 Y}{\rho} [\beta - \alpha / \cos(\Theta_0 - \bar{\Theta})] \left\{ \frac{\tilde{z}_1 - \tilde{z}_2}{l} - \frac{\sin(\Theta_0 - \bar{\Theta}) \cos \bar{\Theta}}{\beta - \alpha / \cos(\Theta_0 - \bar{\Theta})} \times \right. \\ \left. \times \left[1 - \frac{\beta - \alpha / \cos(\Theta_0 - \bar{\Theta})}{\cos(\Theta_0 - \bar{\Theta})} \cos \bar{\Theta} \frac{\tilde{z}_1 - \tilde{z}_2}{l} \right] \frac{\tilde{z}'_2}{1 + \tilde{z}'_2 \sin \bar{\Theta} \cos \bar{\Theta}} \right\}. \quad (1.44)$$

Уравнения (1.41), (1.44) представляют собой математические модели эволюции поверхностной топографии микроскопического и нанометрового масштаба при ионном распылении поверхности. Уравнение (1.44) принадлежит классу пространственно-нелокальных уравнений и описывает эволюцию возмущений нанометрового масштаба, обусловленную нелокальностью процесса распыления. Действительно, если в уравнении (1.44) положить $\Theta_0 = \bar{\Theta} = 0$ и, следовательно, $a_x = 0$, а $z_1 = z_2$, то получим выражение

$$\frac{\partial \tilde{z}}{\partial t} = 0, \quad (1.45)$$

означающее, что нанометровый рельеф не эволюционирует при нормальной бомбардировке.

Этот результат полностью соответствует экспериментальным данным в том смысле, что при распылении изначально гладкой поверхности нормальной бомбардировкой нанорельефа не возникает. С другой стороны известно, что нормальная бомбардировка используется для полировки поверхности, т.е. изначально рельеф сглаживается ионной бомбардировкой. Это означает, что существует диссипативный процесс, для обозначения которого в дальнейшем будет использоваться термин «поверхностная диффузия».

Б. Регуляризация и обезразмеривание нелокального уравнения эрозии

Для учета процессов релаксации нанорельефа в уравнение (1.44) необходимо ввести диффузионный член с коэффициентом D

$$\frac{\partial \tilde{z}}{\partial t} = D \tilde{z}'' + \frac{J_0 Y}{\rho} [\beta - \alpha / \cos(\Theta_0 - \bar{\Theta})] \left\{ \frac{\tilde{z}_1 - \tilde{z}_2}{l} - \frac{\sin(\Theta_0 - \bar{\Theta}) \cos \bar{\Theta}}{\beta - \alpha / \cos(\Theta_0 - \bar{\Theta})} \times \right. \\ \left. \times \left[1 - \frac{\beta - \alpha / \cos(\Theta_0 - \bar{\Theta})}{\cos(\Theta_0 - \bar{\Theta})} \cos \bar{\Theta} \frac{\tilde{z}_1 - \tilde{z}_2}{l} \right] \frac{\tilde{z}'_2}{1 + \tilde{z}'_2 \sin \bar{\Theta} \cos \bar{\Theta}} \right\}. \quad (1.46)$$

Этот параметр имеет смысл коэффициента поверхностной диффузии и описывает процессы поверхностного массопереноса, индуцированного ионной бомбардировкой. Последнее означает, что интенсивные вакансионные

и междоузельные диффузионные процессы имеют место в области линейных каскадов на стадии термализации атомов мишени. При наличии поверхностного градиента концентрации атомов мишени (поверхностных неоднородностей) эти процессы приобретают направленный характер. Таким образом, D имеет смысл эффективного, т.е. усредненного по поверхности и по времени, коэффициента самодиффузии.

Пусть n – поверхностная концентрация атомов мишени $n = dN/dS$, где $dN = \rho \tilde{z} dS$ и, следовательно, $n = \rho \tilde{z}$. Согласно первому закону Фика $\vec{j} = -D \rho (\partial \tilde{z} / \partial x) \vec{i}$, где \vec{j} – плотность потока ионов через нормальный к потоку единичный отрезок поверхности имеет размерность $m^{-1} c^{-1}$. Из уравнения непрерывности $\partial n / \partial t = -\text{div} \vec{j}$ следует второе уравнение Фика в виде $\partial \tilde{z} / \partial t = D \partial^2 \tilde{z} / \partial x^2$. Именно этот вклад процесса релаксации поверхностных неоднородностей в локальную скорость понижения поверхности учтен в уравнении (1.46).

Для анализа уравнения (1.46) его удобно привести к безразмерному виду, перейдя к следующим безразмерным переменным:

$$\tau = \frac{t}{\Pi}; \quad \xi = \frac{x}{l_x}; \quad \zeta = \frac{\tilde{z}}{l}. \quad (1.47)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \zeta_1}{\partial \tau} = & \frac{D\Pi}{l_x^2} \zeta_1'' + \frac{J_0 Y \Pi}{\rho l} [\beta - \alpha / \cos(\Theta_0 - \bar{\Theta})] \left\{ \frac{\zeta_1 - \zeta_2}{l} - \frac{l_x}{\beta - \alpha / \cos(\Theta_0 - \bar{\Theta})} \times \right. \\ & \times \left[1 - \frac{\beta - \alpha / \cos(\Theta_0 - \bar{\Theta})}{\cos(\Theta_0 - \bar{\Theta})} \cos \bar{\Theta} \frac{\zeta_1 - \zeta_2}{l} \right] \frac{1}{l_x} \frac{\zeta_2'}{1 + \tilde{z}'_2 \sin \bar{\Theta} \cos \bar{\Theta}} \left. \right\}. \quad (1.48) \end{aligned}$$

где учтено, что $\sin(\Theta_0 - \bar{\Theta}) \cos \bar{\Theta} = l_x / l$.

После очевидных преобразований, уравнение (1.48) принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \zeta_1}{\partial \tau} = & \frac{D\Pi}{l_x^2} \zeta_1'' + \frac{J_0 Y}{\rho l} \Pi \left(\beta - \frac{\alpha}{\cos(\Theta_0 - \bar{\Theta})} \right) \left\{ (\zeta_1 - \zeta_2) - \frac{1}{\beta - \alpha / \cos(\Theta_0 - \bar{\Theta})} \times \right. \\ & \times \left[1 - \frac{\beta - \alpha / \cos(\Theta_0 - \bar{\Theta})}{\cos(\Theta_0 - \bar{\Theta})} \cos \bar{\Theta} (\zeta_1 - \zeta_2) \right] \frac{\zeta_2'}{1 + \zeta_2' \frac{l \sin \bar{\Theta} \cos \bar{\Theta}}{l_x}} \left. \right\}. \quad (1.49) \end{aligned}$$

Уравнение (1.49) может быть преобразовано в более удобную форму

$$\frac{\partial \zeta_1}{\partial \tau} = \frac{D\Pi}{l_x^2} \zeta_1'' + \frac{J_0\Pi}{\rho l} Y \left(\beta - \frac{\alpha}{\cos(\Theta_0 - \bar{\Theta})} \right) \left\{ (\zeta_1 - \zeta_2) - \frac{1}{\beta - \alpha / \cos(\Theta_0 - \bar{\Theta})} \times \right. \\ \left. \times \left[1 - \frac{\beta - \alpha / \cos(\Theta_0 - \bar{\Theta})}{\cos(\Theta_0 - \bar{\Theta})} \cos \bar{\Theta} (\zeta_1 - \zeta_2) \right] \frac{\zeta_2'}{1 + \frac{\sin \bar{\Theta}}{\sin(\Theta_0 - \bar{\Theta})} \zeta_2'} \right\}. \quad (1.50)$$

Здесь использованы следующие обозначения

$$c = \frac{1}{\beta - \alpha / \cos(\Theta_0 - \bar{\Theta})} \quad (1.51)$$

и выбрана следующая нормировка

$$\frac{J_0\Pi}{l\rho c} Y(\Theta_0 - \bar{\Theta}) = 1, \quad (1.52)$$

определяющая временной масштаб, как

$$\Pi = \frac{l\rho c}{J_0 Y(\Theta_0 - \bar{\Theta})}. \quad (1.53)$$

С учетом выбранных нормировок уравнение (1.51) преобразуется к виду

$$\frac{\partial \zeta_1}{\partial \tau} = \varepsilon \zeta_1'' + \zeta_1 - \zeta_2 - \frac{1}{\beta - \alpha / \cos(\Theta_0 - \bar{\Theta})} \times \\ \times \left[1 - \frac{\beta - \alpha / \cos(\Theta_0 - \bar{\Theta})}{\cos(\Theta_0 - \bar{\Theta})} \cos \bar{\Theta} (\zeta_1 - \zeta_2) \right] \frac{\zeta_2'}{1 + \frac{\sin \bar{\Theta}}{\sin(\Theta_0 - \bar{\Theta})} \zeta_2'}, \quad (1.54)$$

где $\varepsilon = D\Pi / l_x^2$, $\Theta_0 \neq 0$ или

$$\frac{\partial \zeta_1}{\partial \tau} = \varepsilon \zeta_1'' + \zeta_1 - \zeta_2 - c \left[1 - \frac{\cos \bar{\Theta}}{c \cos(\Theta_0 - \bar{\Theta})} (\zeta_1 - \zeta_2) \right] \frac{\zeta_2'}{1 + \frac{\sin \bar{\Theta}}{\sin(\Theta_0 - \bar{\Theta})} \zeta_2'}. \quad (1.55)$$

При $\bar{\Theta} \approx 0$ уравнение преобразуется к более простому виду

$$\frac{\partial \zeta_1}{\partial \tau} = \varepsilon \zeta_1'' + \zeta_1 - \zeta_2 - c \left[1 - \frac{\beta - \alpha / \cos \Theta_0}{\cos \Theta_0} (\zeta_1 - \zeta_2) \right] \zeta_2' \quad (1.56)$$

или

$$\frac{\partial \zeta_1}{\partial \tau} = \varepsilon \zeta_1'' + \zeta_1 - \zeta_2 - c \zeta_2' + \frac{1}{\cos \Theta_0} (\zeta_1 - \zeta_2) \zeta_2' . \quad (1.57)$$

И только при условии малоуглового рельефа и $\zeta \ll l$ уравнение (1.51) может быть заменено на его линеаризованный вариант, изученный в работе [21]

$$\frac{\partial \zeta_1}{\partial \tau} = \varepsilon \zeta_1'' - c \zeta_2' + \zeta_1 - \zeta_2 . \quad (1.58)$$

Параметр c имеет особенность при $\cos(\Theta_0 - \bar{\Theta}) = \alpha / \beta$, где отношение α / β зависит от параметров мишени и ионного пучка. Например, в системе Si – N₂⁺ при энергии пучка 5 кэВ это соотношение равно 0,2588, следовательно, критическое значение угла бомбардировки составляет $\Theta_0 = 75^\circ + \bar{\Theta}$. Если распыление поверхности производится в целях формирования или модификации поверхностной топографии, угол бомбардировки редко превышает 70° . Поскольку микроскопический рельеф является низкоаспектным, условие $\Theta_0 < 75^\circ + \bar{\Theta}$ выполняется практически всегда.

§ 4. СОСТОЯНИЕ РАВНОВЕСИЯ НЕЛОКАЛЬНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ

А. Террасы и плоскости

Из экспериментов известно, что при длительной бомбардировке поверхностная топография переходит в устойчивую форму, имеющую вид так называемых террас [13, 24]. Подобные структуры могут быть описаны линейными функциями вида (1.59), а доказательство существования подобных решений для уравнения (1.57) может служить наглядной иллюстрацией адекватности нелокального уравнения эрозии реальному процессу распыления.

Решения уравнения (1.57), описывающие «террасы», в самом общем случае имеют вид линейных функций

$$\zeta = a \xi + b(\tau) . \quad (1.59)$$

Поскольку формулировка граничных условий в виду хаотичности «террас» не представляется возможной, постоянная a может быть определена исходя из

принципа минимального производства энтропии, или минимальной скорости распыления поверхности. Отметим, что речь идет не о скорости распыления напорельфа, а о скорости понижения поверхности в целом.

Подстановка (1.59) в (1.57) приводит к уравнению

$$\dot{b} = a \left(1 - c + \frac{a}{\cos \Theta_0} \right), \quad (1.60)$$

интегрирование которого дает зависимость решения (1.59) от времени

$$b(\tau) = a \left(1 - c + \frac{a}{\cos \Theta_0} \right) \tau + \zeta_0. \quad (1.61)$$

Таким образом, решения (1.59) уравнения (1.57) будут иметь вид

$$\bar{\zeta} = a\xi + a \left(1 - c + \frac{a}{\cos \Theta_0} \right) \tau + \zeta_0. \quad (1.62)$$

Известно, что при эрозии поверхности распылением реализуются режимы, при которых скорость понижения поверхности минимальна. Этот экспериментальный факт полностью согласуется с принципом минимального производства энтропии. Минимальной скоростью распыления террас будет при условии

$$1 - c + \frac{a}{\cos \Theta_0} = 0, \quad (1.63)$$

из которого можно выразить параметр

$$a_c = (c - 1) \cos \Theta_0 \equiv \left(\frac{\cos \Theta_0}{\beta \cos \Theta_0 - \alpha} - 1 \right) \cos \Theta_0. \quad (1.64)$$

Соотношение $\text{tg} \Theta_c = a_c$ позволяет найти углы наклона локальной нормали к оси z , при которых существует данное состояние равновесия

$$\Theta_c = \arctg \left[\left(\frac{\cos \Theta_0}{\beta \cos \Theta_0 - \alpha} - 1 \right) \cos \Theta_0 \right]. \quad (1.65)$$

На рис. 1.8 приведены графики зависимости Θ_c от угла бомбардировки Θ_0 и прямой $\Theta_c = \Theta_0 - 90^\circ$, выше которой выполняется очевидное условие $\Theta_0 - \Theta_c < 90^\circ$. Из рис. 1.8 видно, что при $\Theta_0 > 75^\circ$ зависимость $\Theta_c(\Theta_0)$ целиком лежит ниже прямой $\Theta_c = \Theta_0 - 90^\circ$ в области, где распыление невозможно и, следовательно, невозможно образование террас с такими склонами.

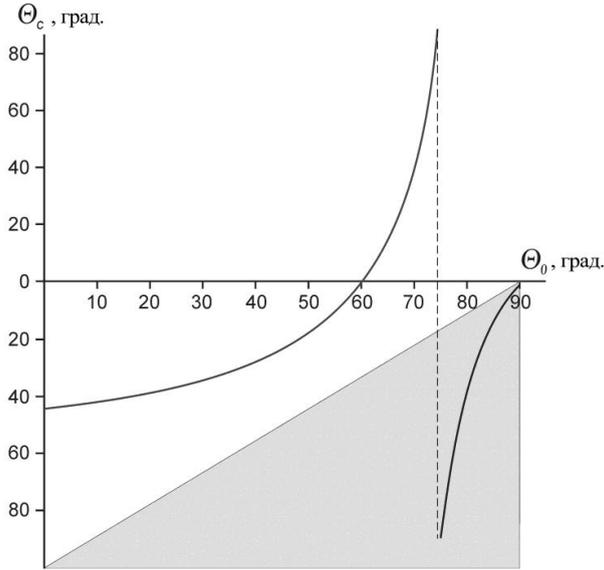


Рисунок 1.8. Зависимость критического угла наклона распыляемой поверхности от угла бомбардировки. Серый фон – область, в которой угол между локальной нормалью и направлением потока ионов $\Theta_0 - \Theta_c > 90^\circ$ и террасы не формируются

Примеры террас приведены на рис. 1.9 и 1.10 для двух возможных диапазонов изменения угла бомбардировки $\Theta_0 \in [0^\circ, 60^\circ]$ и $\Theta_0 \in [60^\circ, 75^\circ]$. При $\Theta_0 \in [0^\circ, 60^\circ]$

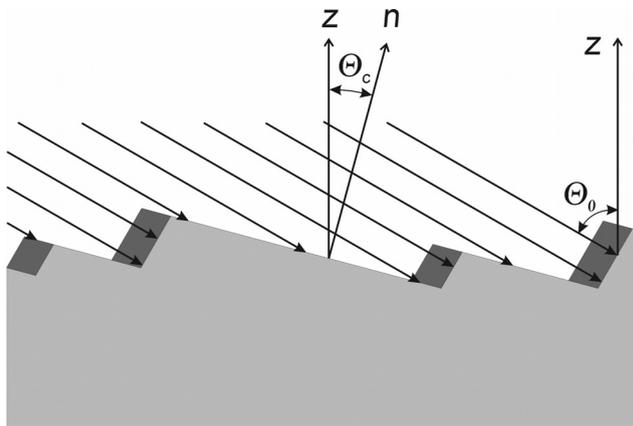


Рисунок 1.9. Структуры, отвечающие принципу минимальной скорости распыления при $\Theta_0 \in [0^\circ, 60^\circ]$, где $\Theta_c < 0$. Темные параллелограммы – объемы, распыляемые за конечный промежуток времени

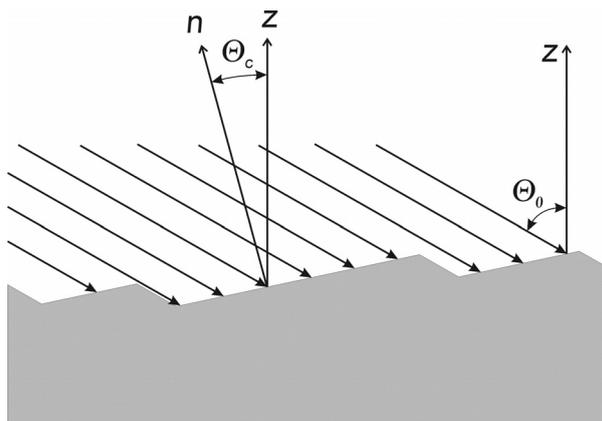


Рисунок 1.10. Структуры, отвечающие принципу минимальной скорости распыления при $\Theta_0 \in [60^\circ, 75^\circ]$. Левый и правый склоны стационарны, т.к. $\Theta_l = \Theta_c$, а $\Theta_r = \Theta_0 - 90^\circ$

(рис. 1.9) условию минимальной скорости распыления соответствуют длинные пологие правые склоны, расположенные под углом к нормали $\Theta = \Theta_{rc}$, где $\Theta_{rc} < 0$. На левом склоне минимальная скорость распыления достигается только при их нормальном расположении к направлению бомбардировки. При этом левые склоны, распыляясь, смещаются вправо. Отметим, что в реальной системе распыления левых склонов может и не происходить, т.к. они могут развернуться в плоскости xOy таким образом, что для них будет выполняться условие (1.63).

При малых углах бомбардировки эти условия не выполняются, т.е. левый склон становится короче правого, и террасы не должны формироваться. Этот вывод подтверждается экспериментальными данными (см. рис. 1.11), согласно которым ВНР и риплы, переходящие со временем в террасы, лежат в диапазоне углов $\Theta_0 = 43^\circ \div 63^\circ$.

При $\Theta_0 \in [60^\circ, 75^\circ]$ (рис. 1.8) длина склона уже не имеет значения, если выполняются следующие условия: левый склон удовлетворяет условию $\Theta_l = \Theta_c$, правый склон – условию $\Theta_r = \Theta_0 - 90^\circ$. Такие структуры согласно рис. 1.11 формируются в диапазоне углов бомбардировки $\Theta_0 = 63^\circ \div 70^\circ$. Отметим, что в этом диапазоне террасы образуются сразу, минуя ВНР и риплы, что объясняется природой возникновения ВНР (и риплов как некогорентной разновидности ВНР), рассматриваемой в § 5. При больших углах бомбардировки толщина модифицированного слоя мала и недостаточна для развития гидродинамической неустойчивости, поэтому ВНР и риплов не возникает.

В соответствии с рис. 1.8 при $\Theta_0 > 75^\circ$ стационарных, линейных, кусочно-непрерывных решений не существует. Действительно, экспериментально наблюдаемый в этом диапазоне рельеф параллелен направлению бомбардировки, и его описание выходит за рамки рассматриваемой двумерной модели.

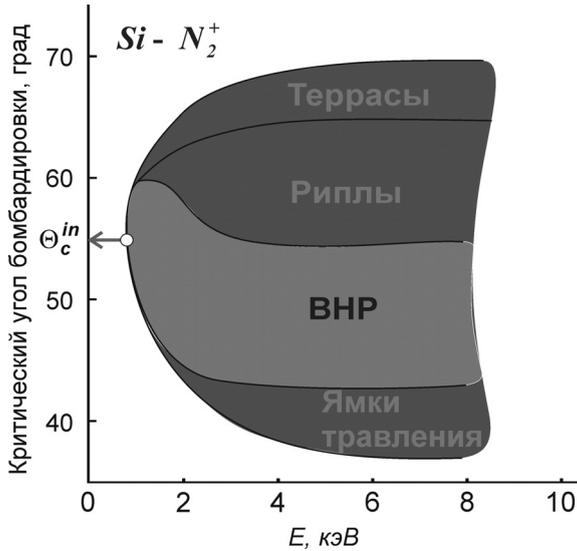


Рисунок 1.11. Область существования пространственно-временных структур на фазовой плоскости Θ_0, E , где E – энергия первичного пучка [13]

Окончательный вид решения в исходных переменных будет следующим

$$z = \left(\frac{1}{\beta - \alpha / \cos \Theta_0} - 1 \right) \text{ctg} \Theta_0 x + x_0, \quad (1.66)$$

где x_0 – произвольная постоянная, $\Theta_0 \in [0^\circ, 75^\circ]$. Здесь, в рамках детерминистического подхода величина x_0 не может быть определена. Ее выбор носит случайный характер.

Б. Устойчивость террас и плоскостей

Особый интерес представляют состояния равновесия, т.е. решения в виде террас и плоскостей, для которых выполняется условие (1.63). В таком случае возможны два варианта: $a = (c - 1) \cos \Theta_0$, т.е. рассмотренный выше, и $a = 0$. Ниже исследуется устойчивость обоих состояний равновесия [24]. Для этого рассматриваются малые возмущения $V(\xi, \tau)$ на состоянии равновесия $\bar{\zeta}(\xi) = a\xi + \xi_0$, для которых общее решение имеет вид

$$\zeta(\xi, \tau) = \bar{\zeta}(\xi) + V(\xi, \tau). \quad (1.67)$$

Подстановка (1.67) в (1.57) и очевидные преобразования позволяют получить уравнение для возмущений

$$\frac{\partial V_1}{\partial \tau} = \varepsilon V_1'' - cV_2' + V_1 - V_2 + \frac{1}{\cos \Theta_0} (a + V_1 - V_2)(a + V_2') + (1 - c)a. \quad (1.68)$$

При $a = (c - 1) \cos \Theta_0$ уравнение (1.68) преобразуется к виду

$$\frac{\partial V_1}{\partial \tau} = \varepsilon V_1'' - V_2' + c(V_1 - V_2) + \frac{1}{\cos \Theta_0} (V_1 - V_2)V_2'. \quad (1.69)$$

Если $a = 0$, то уравнение (1.68) принимает вид

$$\frac{\partial V_1}{\partial \tau} = \varepsilon V_1'' - cV_2' + V_1 - V_2 + \frac{1}{\cos \Theta_0} (V_1 - V_2)V_2', \quad (1.70)$$

где $V_1 = V(\xi, \tau)$, $V_2(\xi, \tau) = V(\xi - 1, \tau)$.

Уравнение (1.70) целесообразно дополнить краевыми условиями. Здесь будет рассмотрен их простейший вариант

$$V(\xi + 2, \tau) \equiv V(\xi, \tau). \quad (1.71)$$

Данное условие отражает, в частности, тот факт, что уравнение (1.68) зависит одновременно и от ξ , и от пространственного отклонения $l_x = 1$ в выбранной нормировке.

В силу того обстоятельства, что постоянная ξ_0 выбиралась произвольно, можно без нарушения общности считать выполнимым равенство

$$\int_0^2 V(\xi, \tau) d\xi \equiv 0. \quad (1.72)$$

Более того, функция $V(\xi, \tau)$ может быть разложена в комплексный ряд Фурье

$$V(\xi, \tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n(\tau) e^{i\pi n \xi}, \quad (1.73)$$

где $C_0(\tau) \equiv 0$, а $C_n(\tau) = C_n^*(t)$.

При изучении краевой задачи (1.69), (1.70), (1.71), (1.72) ее следует дополнить начальными условиями

$$V(\xi, 0) = f(\xi), \quad (1.74)$$

где $f(\xi)$ – известная функция, которая задает начальные возмущения. Если $f(\xi) \in H_2$, то можно показать, что задачи (1.69), (1.70), (1.71), (1.72), (1.74) локально корректно разрешимы. Здесь через H_2 обозначено пространство

Соболева [26] функций имеющих период равный 2 и имеющих нулевое среднее

$$\int_0^2 f(\xi) d\xi = 0.$$

Следующим шагом алгоритма анализа является линеаризация краевой задачи (1.69), (1.70), (1.71), (1.72), (1.74) в нулевом решении

$$\frac{\partial V_1}{\partial \tau} = \varepsilon V_1'' - a_1 V_2' + a_2 (V_1 - V_2), \quad (1.75)$$

$$V(\xi + 2, \tau) \equiv V(\xi, \tau), \quad (1.76)$$

$$\int_0^2 V(\xi, \tau) d\xi = 0, \quad (1.77)$$

где $a_1 = 1$, $a_2 = c$ при $a = (c - 1) \cos \Theta_0$ (стационарные решения в виде террас) и, наоборот, $a_1 = c$, $a_2 = 1$ при $a = 0$ (плоская поверхность).

В силу того, что функции $\exp(i\pi n \xi)$ на $[-1, 1]$ образуют полную ортогональную систему функций, частные решения задачи (1.75)–(1.77) следует искать в виде

$$V(\xi, \tau) = V_n(\xi, \tau) = y_n(\tau) \exp(i\pi n \xi) \equiv \exp(\lambda_n \tau) \exp(i\pi n \xi). \quad (1.78)$$

Простая подстановка показывает, что

$$\lambda_n = -(\pi n)^2 \varepsilon - a_1 (-1)^n i(\pi n) + a_2 (1 - (-1)^n), \quad (1.79)$$

где $n \neq 0$ в силу условия (1.72).

При выводе равенства (1.79) учтено $\exp(-i\pi n) = (-1)^n$.

Следует различить два случая:

1) $n = 2m - 1$,

2) $n = 2m$.

При четном n получаем равенство

$$\operatorname{Re} \lambda_{2m} = -4\pi^2 m^2 \varepsilon < 0 \quad (1.80)$$

при всех рассматриваемых m .

При нечетном n имеем

$$\alpha_m = \operatorname{Re} \lambda_{2m-1} = -\pi^2 (2m-1)^2 \varepsilon + 2a_2, \quad (1.81)$$

$$\beta_m = \operatorname{Im} \lambda_{2m-1} = \pi(2m-1)a_1. \quad (1.82)$$

Простая проверка показывает, что при

$$\varepsilon > \varepsilon_{c1} = \frac{2a_2}{\pi^2} \quad (1.83)$$

все $\alpha_m < 0$, и поэтому нулевое решение задачи (1.75)–(1.77), а следовательно, и задачи (1.69)–(1.72) асимптотически устойчиво. Последнее означает, что в случае, когда исходная поверхность плоская, т.е. $a_2 = 1$, нулевое решение теряет устойчивость при $\varepsilon < \varepsilon_{c1} = 2/\pi^2 \equiv 0,20264$.

Если же исходный рельеф имеет вид террас, т.е. $a_2 = c$, то нулевое решение остается устойчиво при условии

$$\varepsilon > \varepsilon_{c2} = \frac{2c}{\pi^2}, \quad (1.84)$$

где величина параметра c , согласно соотношению

$$c = \frac{1}{\beta - \alpha / \cos \Theta_0} \quad (1.85)$$

определяется углом бомбардировки Θ_0 . Подстановка (1.85) в (1.84) дает условие устойчивости террас

$$\varepsilon > \varepsilon_{c2} = \frac{2}{\pi^2(\beta - \alpha / \cos \Theta_0)}. \quad (1.86)$$

Из графика зависимости $\varepsilon_{c2}(\Theta_0)$, представленного на рис. 1.12, видно, что на отрезке $[70^\circ, 75^\circ]$ может выполняться соотношение $\varepsilon_{c2} > \varepsilon > \varepsilon_{c1}$, при котором устойчивы плоскости и неустойчивы террасы. Причем, чем больше угол, тем труднее удовлетворить условию (1.86), поэтому в данном диапазоне углов террасы формироваться не должны. Этот вывод подтверждается экспериментальными данными, представленными на рис. 1.11, согласно которым область существования террас ограничена диапазоном $[65^\circ, 70^\circ]$. В этой области террасы формируются при распылении плоской поверхности, минуя стадию ВНР.

При $\Theta_0 > 75^\circ$, как показано на рис. 1.12, критическое значение коэффициента диффузии отрицательно. Однако это противоречие снимается тем, что в указанном диапазоне углов бомбардировки для стационарных решений уравнения (1.57) не выполняется условие $\Theta_0 - \Theta_c < 90^\circ$, поэтому при скользящих углах бомбардировки террасы не образуются. Согласно рис. 1.12 в этом диапазоне углов сохраняется плоская поверхность.

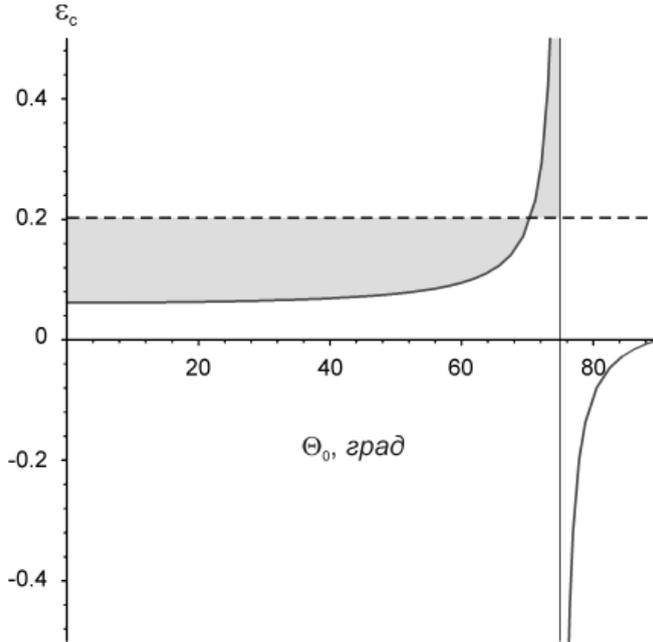


Рисунок 1.12. Зависимость параметра ε_{c2} (террасы) от угла бомбардировки. Пунктиром показано значение критического коэффициента диффузии ε_{c1} для решения в виде плоскости. Серый фон ниже значения ε_{c1} – область существования террас. Серый фон выше значения ε_{c1} – область, где устойчивы плоскости и неустойчивы террасы

§ 5. ВОЛНОВЫЕ РЕШЕНИЯ НЕЛОКАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ЭРОЗИИ

Наибольший интерес из всех диссипативных структур, образующихся при распылении поверхности ионной бомбардировкой, представляют бегущие волны. Основным вопросом для исследователей и разработчиков в области нанотехнологий является вопрос о механизме их возникновения. Ответ на него позволит целенаправленно управлять процессом формирования волнообразного рельефа и получать массивы когерентных волнообразных структур с высоким аспектным соотношением.

Существуют две конкурирующие теории, согласно которым зарождение волн связано с процессами:

- потери гидродинамической устойчивости модифицированного слоя, рассматриваемого как неньютоновская жидкость;
- потери устойчивости состояний равновесия в виде плоской поверхности в рамках распылительных моделей (уравнение Бредли и Харпера, нелокальная модель эрозии и т.д.).

В пользу гидродинамической модели говорит зависимость длины волны от толщины аморфизованного слоя h (глубины жидкости), которая зависит от угла бомбардировки и энергии ионов. Эксперимент показывает, что длина волны λ возрастает с увеличением энергии ионов и уменьшением угла бомбардировки [13], т.е. с увеличением толщины модифицированного слоя. Другими словами, ВНР ведет себя как волны на мелкой воде, для которых должно выполняться условие $\lambda \gg h$.

Анализ волновых решений нелокального уравнения эрозии, который будет выполнен ниже, подтверждает предположение, что механизм зарождения ВНР и, соответственно, длина волны не связаны с процессом распыления. Распыление только развивает зародышевый рельеф или, наоборот, сглаживает его в зависимости от того, попадает ли данная волна в область существования волновых решений уравнения эрозии или нет.

Чтобы получить решения в виде бегущей волны достаточно рассмотреть краевую задачу с периодическими граничными условиями для линейного уравнения (1.58)

$$\begin{aligned} \frac{\partial \zeta_1}{\partial \tau} &= \varepsilon \zeta_1'' - c \zeta_2' + \zeta_1 - \zeta_2, \\ \zeta_1(\tau, \xi) &= \zeta_1(\tau, \xi + L); \quad \zeta_1(0, \xi) = f(\xi), \end{aligned} \quad (1.87)$$

где $L = L_0 / l_x$ – безразмерный параметр. Длина L_0 определяется, как правило, размерами растра, составляющими от одного до нескольких микрометров, $f(\xi)$ – функция, описывающая исходный волновой рельеф «гидродинамической» природы. Отметим, что уравнение (1.75) при $a_1 = 1$, $a_2 = c$ совпадает с (1.87).

Для решения краевой задачи (1.87) далее используется стандартный метод разделения переменных (метод Фурье), согласно которому решение ищется в виде

$$\zeta(\xi, \tau) = e^{\mu \tau} V(\xi). \quad (1.88)$$

Подстановка (1.88) в уравнение (1.87) приводит к задаче на собственные значения и собственные функции следующего оператора

$$\begin{aligned} \varepsilon V''(\xi) - c V'(\xi - 1) + V(\xi) - V(\xi - 1) &= \mu V(\xi), \\ V(\xi) &= V(\xi + L); \quad V(\xi) = f(\xi), \end{aligned} \quad (1.89)$$

которые ищутся в виде

$$V(\xi) = e^{q\xi}. \quad (1.90)$$

Функция, определенная равенством (1.90), должна удовлетворять краевому условию (1.89), т.е. $e^{qL} = 1$. Из этого уравнения следует, что

$$q_n = i \frac{2\pi}{L} n, \quad n = 0, \pm 1, \dots \quad (1.91)$$

Подстановка (1.90) с учетом (1.91) в уравнение (1.89) дает собственные значения оператора (1.89)

$$\mu_n = \varepsilon q_n^2 - c q_n e^{-q_n} - e^{-q_n} + 1. \quad (1.92)$$

Если положить $q_n = i\kappa_n$, то в новых обозначениях собственные значения примут вид $\mu_n = 1 - \varepsilon\kappa_n^2 - (1 + i c \kappa_n) e^{-i\kappa_n}$ или

$$\mu_n = 1 - \varepsilon\kappa_n^2 - (1 + i c \kappa_n)(\cos \kappa_n - i \sin \kappa_n), \quad (1.93)$$

где $\kappa_n = 2\pi n / L$. Принимая во внимание, что $\mu_n = \mu'_n + i\mu''_n$, можно разделить в (1.93) действительную и мнимую части

$$\begin{aligned} \mu'_n &= 1 - \varepsilon\kappa_n^2 - \cos \kappa_n - c\kappa_n \sin \kappa_n, \\ \mu''_n &= \sin \kappa_n - c\kappa_n \cos \kappa_n. \end{aligned} \quad (1.94)$$

Если дополнить периодическую краевую задачу (1.87) начальным условием $u(0, x) = f(x)$, то можно найти ее решение в следующем виде

$$u(\tau, \xi) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_n e^{\mu'_n \tau} e^{i(\mu''_n \tau + n\xi)}, \quad (1.95)$$

где $f_n = \frac{1}{2L} \int_{-L}^L f(\xi) e^{-in\xi} d\xi$ – коэффициенты Фурье функции $f(\xi)$, которая

описывает возможные и часто случайные начальные возмущения (возмущения, которые возможны до начала технологического процесса).

Формула (1.95) записана в комплексной форме. Ее можно переписать в действительном виде, если учесть то обстоятельство, что $f_{-n} = \overline{f_n}$, где черта означает знак комплексного сопряжения. Вводя обозначения $f'_n = \text{Re } f_n$, $f''_n = \text{Im } f_n$, действительную часть (1.95) можно представить в следующем виде

$$u(\xi, \tau) = f_0 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{\mu'_n \tau} \left(f'_n \cos(\mu''_n \tau + n\xi) - f''_n \sin(\mu''_n \tau + n\xi) \right).$$

Если считать, что природа ВНР связана только с процессами распыления, то сценарий образования волнообразного нанорельефа выглядит следующим образом. Все параметры, входящие в безразмерный комплекс c , при заданных условиях распыления – величины постоянные. В процессе распыления может изменяться только коэффициент диффузии, что связано с изменением структуры

и химического состава поверхности твердого тела. При переходе в аморфное состояние вклад диффузионных процессов в эрозию поверхности уменьшается и все значения μ'_n , первоначально находящиеся в нижней полуплоскости, начинают двигаться в сторону оси абсцисс на плоскости $[n, \mu']$, где n – номер моды. На рис. 1.13–1.15 показан момент перехода вещественной части спектра собственных значений оператора (1.89) в верхнюю полуплоскость при углах бомбардировки $\Theta_0 = 25^\circ - 65^\circ$.

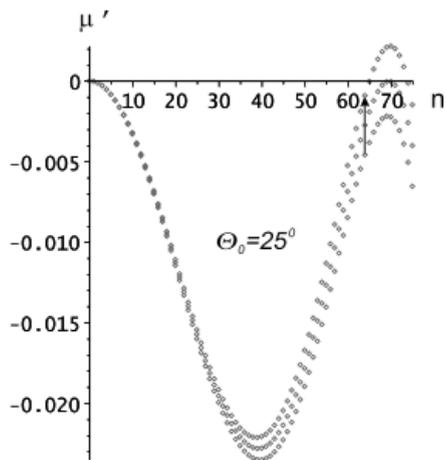


Рисунок 1.13. Переход вещественной части точки $n = 70$ спектра собственных значений оператора (1.89) в верхнюю полуплоскость при $\Theta_0 = 25^\circ$, $D = 0,5645 \cdot 10^{-16}$. Стрелкой показано направления движения точек

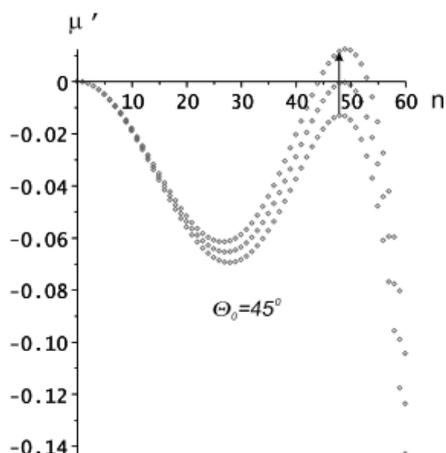


Рисунок 1.14. Переход инкремента моды $n = 49$ в верхнюю полуплоскость при $\Theta_0 = 45^\circ$, $D = 5,120 \cdot 10^{-16}$

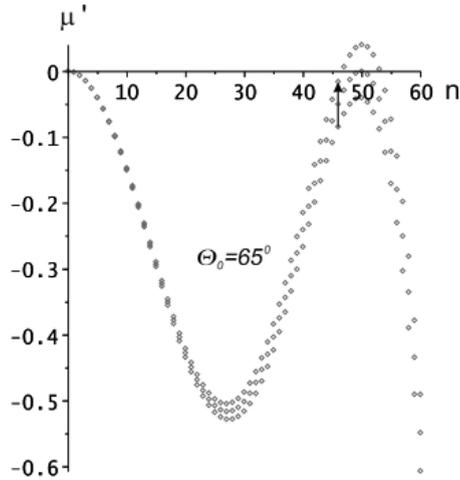


Рисунок 1.15. Переход инкремента моды $n = 50$ в верхнюю полуплоскость при $\Theta_0 = 65^\circ$, $D = 25,95 \cdot 10^{-16}$

Зависимость критического значения коэффициента диффузии и номера моды от угла бомбардировки показана в Таблице 1.1. Для приведенных в таблице углов бомбардировки и стандартных размеров раstra $L = 1$ мкм длины волн лежат в диапазоне от 14 до 21 нм.

Таблица 1.1. Зависимость критического значения коэффициента диффузии и номера моды от угла бомбардировки

$\Theta_0, \text{град}$	$D, 10^{-16} \text{ м}^2 / \text{с}$	ε_{c3}	n
25	0,5645	0,2127	70
30	1,065	0,2111	61
35	1,876	0,2093	55
40	3,152	0,2072	51
45	5,120	0,2052	49
50	8,087	0,2033	48
55	12,44	0,2027	47
60	18,49	0,2053	48
65	25,95	0,2184	50
70	32,46	0,2791	53

Интересно отметить, что в точке фазовой плоскости с координатами $\Theta_0 = 55^\circ$, $\varepsilon_{c3} = 0,2027$ критические значения коэффициента диффузии для задач (1.75) – (1.77) и (1.87) практически совпадают $\varepsilon_{c1} = 0,2026$. Приведенная

в табл. 1.1 зависимость критических значений безразмерного коэффициента диффузии от угла бомбардировки показана на рис. 1.16. Как следует из табл. 1.1 и рис. 1.16, для прочих углов бомбардировки всегда выполняется условие $\varepsilon_{c3} \geq \varepsilon_{c1}$, т.е. потеря устойчивости плоского профиля при периодических условиях на границах раstra происходит несколько раньше.

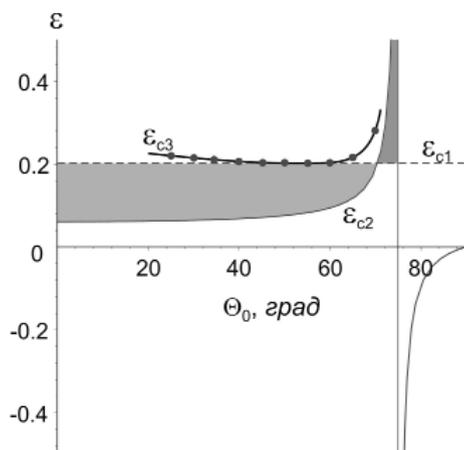


Рисунок 1.16. Зависимость критических значений управляющих параметров: ε_{c1} – плоскости; ε_{c2} – террасы; ε_{c3} – волны от угла бомбардировки. Точки – значения ε_{c3} из табл. 1.1

В области $[65^\circ, 70^\circ]$ условие $\varepsilon = \varepsilon_{c3}$ может выполняться, когда система находится еще в докритической для «гидродинамики» области. Согласно табл. 1.1 здесь должны зарождаться волны с длиной ~ 20 нм, о существовании которых можно судить на основании рис. 1.17, приведенного в работе [13]. Действительно, малая глубина модифицированного слоя может быть получена только при больших углах бомбардировки, т.е. при $\Theta_0 > 60^\circ$. Очевидно, что при этих углах бомбардировки параметр ε попадает в область ВНР раньше, чем при малых углах.

Отметим, что здесь речь идет о ВНР с длиной волны от 14 до 21 нм. Экспериментально наблюдаемый ВНР имеет «гидродинамическую» природу и, соответственно, другие длины волн (рис. 1.17). Параметром, отвечающим за развитие «гидродинамической» неустойчивости, является коэффициент поверхностного натяжения, который также изменяется в процессе бомбардировки. ВНР «гидродинамической» природы может возникать как в докритической области, где еще устойчив плоский профиль, так и в закритической области. Задача (1.87) охватывает оба случая, причем в обоих случаях исходный ВНР затухает, т.к. низкие моды (рис. 1.13–1.15) всегда находятся в нижней полуплоскости. Это согласуется с тем экспериментальным фактом, что ВНР существует лишь ограниченное время и самостоятельно не достигает высокого аспектного соотношения.

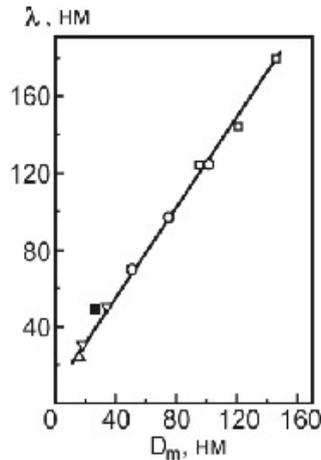


Рисунок 1.17. Зависимость длины волны λ от глубины раstra в системе N_2^+-Si [13]

§ 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подводя итоги исследования нелокального уравнения эрозии, необходимо отметить, что в отличие от уравнения Бредли-Харпера оно описывает более широкий класс структур. В частности состояниями равновесия нелокального уравнения эрозии могут быть террасы и плоскости, параметры которых определяются из принципа минимального производства энтропии (минимальной скорости распыления). В свою очередь состояниями равновесия уравнения Бредли-Харпера, как следует из уравнения (1.19), являются только решения в виде плоскостей [25].

Еще одна особенность нелокального уравнения эрозии состоит в существовании решений в виде высокомодовых (коротких) бегущих волн. Если исходная поверхность представляет собой плоскость, то при периодических граничных условиях с периодом L нелокальное уравнение эрозии дает волновые решения с длиной волны $\lambda_n = L/n$. Здесь n – номер бифурцирующей моды, который изменяется с изменением L таким образом, что при заданном угле бомбардировки и параметре l (глубина залегания центров энерговыделения) длина волны остается неизменной. В приведенных выше расчетах использовалось оценка параметра l снизу, т.е. расстояние от поверхности до центра энерговыделения, отсчитанное вдоль траектории первичного иона, полагалось равным длине пробега атома азота с энергией 2,5 кэВ (половина энергии иона N_2^+). Для рассмотренного выше случая эта величина составляет 13 нм, а максимальная длина волны не превышает 21,3 нм.

Волновые решения уравнения Бредли-Харпера, напротив, бифурцируют от состояния равновесия в порядке возрастания номера моды, т.е. первой возникает

волна длиной L . Если, как и в рассмотренном выше случае, считать, что L – латеральный размер растра, то длина волны должна быть равна или кратна его размерам. В действительности же длина волны от размеров растра не зависит. Таким образом, если нелокальная модель эрозии испытывает трудности с объяснением появления длинных волн, то модель Бредли-Харпера не в состоянии объяснить появление волн коротких. Разумеется, все сказанное относится к образованию волн при распылении идеально ровной плоской поверхности.

Если продолжать считать, что возникновение ВНР обусловлено исключительно процессами распыления и диффузии, то для объяснения ВНР необходимо принять во внимание начальные условия, т.е. поверхностную топографию существовавшую до начала распыления. Но логичнее пойти дальше, и предположить, что поверхностная топография может возникать и в процессе распыления, причем не только вследствие выхода на поверхность уже имеющихся неоднородностей, но и в результате процессов самоорганизации иной природы. Именно такой механизм образования ВНР имелся в виду при обобщении решения краевой задачи (1.87) и представлении его в виде ряда (1.96). В этом случае модель Бредли-Харпера будет «подхватывать» и растить длинноволновые моды и сглаживать коротковолновые. По мере ухода коэффициента диффузии в закритическую область, будут развиваться волны длиной L , $L/2$, $L/3$, ..., результатом суперпозиции которых будут так называемые биения. В рамках нелокальной модели эрозии имеет место другой сценарий. Сначала растет амплитуда волны с длиной L/n , потом $L/(n\pm 1)$ и т.д., в результате чего образуются структуры сходные с волновыми пакетами. Подобные структуры, наблюдавшиеся практически во всех экспериментах по исследованию ВНР, проявляются в виде бугорков, риплов и ямок травления.

ЛИТЕРАТУРА

1. Материалы сайта International Technology Roadmap for Semiconductors. – 2009 Edition. <http://www.itrs.net/Links/2009ITRS/Home2009.htm>.
2. Flagello D.G. The future of optical lithography – extinction or evolution? // Proc. of 2007 Lithography Workshop. – Rio Grande. – Puerto Rico. – Dec. 9–13, 2007.
3. Официальный сайт компании ASML: <http://www.asml.com/asml/show.do?ctx=5869&rid=25489>.
4. Microlithography: Science and Technology / Ed. by J.R. Sheath, B.W. Smith. – New York: Marcell Dekker Inc., 1998.
5. Viheriälä J., Rytönen T., Niemi T., Pessa M. Narrow linewidth templates for nanoimprint lithography utilizing conformal deposition // Nanotechnology. – 2008. – V. 19. – P. 015302.
6. Hu W., Bernstein G.H., Sarveswaran K., Lieberman M. Sub-10 nm e-beam lithography using cold development of PMMA // J. Vac. Sci. Technol. B. – 2004. – V. 22 (4). – P. 1711–1716.

7. Vieu C., Carcenac F., Pépin A., Chen Y., Mejjias M., Lebib A., Manin-Ferlazzo L., Couraud L., Launois H. Electron beam lithography: resolution limits and applications // *Appl. Surf. Sci.* – 2000. – V. 164. – № 1-4. – P. 111–117.
8. Henini M. EBL opening up the nano-world // *III-Vs Rev.* – 1999. – V. 12. – № 6. – P. 18–23.
9. Фатьянова Г.И., Васильев Б.Н. Перспективы разработки многолучевых систем для низковольтной электронной литографии. // *Изв. РАН. Серия физическая.* – 2007. – Т. 71. – Вып. 10. – С. 1502–1506.
10. Sematech Litho Forum: Sematech mulling multi-beam mask writer effort. http://www.fabtech.org/news/_a/sematech_litho_forum_sematech_mulling_multi-beam_mask_writer_effort/#. – 2010.
11. Tseng A.A., Chen K., Chen C.D., Ma K.J. Electron beam lithography in nanoscale fabrication: recent development // *IEEE Transactions on Electronics Packaging Manufacturing.* – 2003. – V. 26. – № 2. – P. 141–149.
12. Smirnov V.K., Kibalov D.S., Orlov O.M., Graboshnikov V.V. Technology for nanopericodic doping of a metal–oxide–semiconductor field-effect transistor channel using a self-forming wave-ordered structure // *Nanotechnology.* – 2003. – V. 14. – P. 709–715.
13. Кибалов Д.С. Волнообразные наноструктуры на поверхности кремния, инициируемые ионной бомбардировкой // Автореф. дисс. на соис. уч. ст. д.ф.-м.н. – Москва, 2005. – 42 с.
14. Bradley R.M., Harper J.M.F. Theory of ripple topography induced by ion bombardment // *J. Vac. Sci. Technol.* – 1988. – V. A6. – P. 2390–2395.
15. Смирнов В.К., Кибалов Д.С., Лепшин П.А., Бачурин В.И. Влияние топографических неоднородностей на процесс образования волнообразного микро-рельефа на поверхности кремния // *Изв. РАН. Серия физическая.* – 2000. – Т. 64. – С. 626–631.
16. Chini T.K., Datta D.P., Bhattacharyya S.R. Ripple formation on silicon by medium energy ion bombardment // *J. Phys.: Condens. Matt.* – 2009. – V. 21. – P. 224004.
17. Sigmund P. A mechanism of surface micro-roughening by ion bombardment // *J. Mater. Sci.* – 1973. – V. 8. – P. 1545–1553.
18. Бериш Р. Распыление твердых тел ионной бомбардировкой. – М.: Мир, 1984. – 336 с.
19. Birkgan S.E., Bachurin V.I., Rudy A.S., Smirnov V.K. Nanoscale model of surface erosion by ion bombardment // *Rad. Eff. & Def. in Sol.* – 2004. – V. 159. – № 6. – P. 319–329.
20. Carter G. The physics and applications of ion beam erosion // *J. Phys. D.: Appl. Phys.* – 2001. – V. 34. – P. R1–R22.
21. Рудый А.С., Бачурин В.И. Пространственно нелокальная модель эрозии поверхности ионной бомбардировкой // *Изв. РАН. Серия физическая.* – 2008. – Т. 72. – Вып. 5. – С. 624–629.
22. Материалы сайта <http://vs03013.virtualserver.priorweb.be/index.php?p=69&m=122>.

23. Yamamura Y., Shindo S. An empirical formula for angular dependence of sputtering yields // *Radiation effects*. – 1984. – V. 80. – № 1-2. – P. 57–72.
24. Рудый А.С., Куликов А.Н., Метлицкая А.В. Моделирование процессов формирования наноструктур при распылении поверхности ионной бомбардировкой // *Микроэлектроника*. – 2011. – Т. 40. – Вып. 2. – С. 109–118.
25. Метлицкая А.В., Куликов А.Н., Рудый А.С. Механизм формирования волнового нанорельефа при эрозии поверхности ионной бомбардировкой в рамках модели Бредли-Харпера // *Микроэлектроника*. – 2013. – Т. 42. – Вып. 4. – С. 298–305.
26. Соболев С.Л. Некоторые применения функционального анализа в математической физике. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1950. – 255 с.